

13. LO SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO

13.1 Introduzione

Si consideri un corpo caldo collocato in un ambiente in cui è stato fatto il vuoto (assenza di materia) le cui pareti si trovino ad una temperatura uniforme ed inferiore a quella del corpo; dopo un po' di tempo si potrà constatare che il corpo si è raffreddato ed ha raggiunto l'equilibrio termico con le pareti.

Data l'assenza di materia nello spazio tra il corpo considerato e le pareti lo scambio termico non è avvenuto né per conduzione né per convezione, ma attraverso un altro meccanismo di trasmissione del calore che viene definito irraggiamento.

Spesso nelle applicazioni pratiche i tre meccanismi di trasmissione dell'energia termica hanno luogo contemporaneamente con diversa intensità; nel vuoto, invece, la trasmissione del calore può avvenire solo per irraggiamento.

I fondamenti teorici di questo tipo di fenomeni fisici furono enunciati per la prima volta da J. C. Maxwell (a fine '800), il quale ipotizzò che cariche accelerate o correnti elettriche variabili dessero luogo a campi elettrici e magnetici variabili che si propagavano nello spazio, e li chiamò onde elettromagnetiche (o radiazioni elettromagnetiche). Egli ipotizzò inoltre che essi rappresentassero l'energia emessa dalla materia in conseguenza dei cambiamenti delle configurazioni elettroniche degli atomi.

In seguito fu H. Hertz che dimostrò sperimentalmente l'esistenza delle onde elettromagnetiche che trasportano energia, viaggiando alla velocità della luce.

M. Planck propose poi che la radiazione elettromagnetica fosse considerata come propagazione di un insieme di pacchetti discreti di energia detti fotoni o quanti, ciascuno caratterizzato da un'energia proporzionale alla frequenza.

Infatti, come tutti i fenomeni ondulatori, anche le onde elettromagnetiche sono caratterizzate da una frequenza ν e da una lunghezza d'onda λ , proprietà legate tra loro attraverso la velocità di propagazione c dalla relazione:

$$\lambda = c / \nu \quad (13.1)$$

La velocità di propagazione per le onde elettromagnetiche dipende dal mezzo di propagazione; nel vuoto vale $2,9976 \cdot 10^8$ m/s; tale valore è indicato con c_0 .

La lunghezza d'onda è misurata in μm ($= 10^{-6}$ m). La frequenza (numero di oscillazioni nell'unità di tempo) in Hertz [Hz] ($1\text{Hz} = 1$ oscillazione al secondo). Per un'onda elettromagnetica la frequenza dipende solo dalla sorgente ed è indipendente dal mezzo in cui l'onda si propaga.

Vale inoltre la **relazione di Planck-Einstein** che, come accennato in precedenza, descrive l'energia trasportata dai fotoni di una determinata frequenza:

$$e = h \cdot \nu = h \cdot c / \lambda \quad (13.2)$$

con: $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J · s = costante di Planck.

Come si è visto la temperatura è una misura del contenuto energetico di un corpo a livello microscopico, legato ai campi elettromagnetici atomici e molecolari elementari. Questi campi elettromagnetici elementari causano una emissione energetica e tutta la materia, che si trovi a temperatura superiore allo 0 K, nelle sue varie forme, emette energia elettromagnetica a diversa lunghezza d'onda.

Per i gas ed i solidi semitrasparenti l'emissione è un fenomeno volumetrico, ovvero la radiazione è l'effetto di una emissione locale ed attraversa il volume. Per solidi, liquidi (e nel seguito per tutte le sostanze in generale), la radiazione verrà considerata come un fenomeno superficiale: la radiazione emessa dalle particelle in profondità è fortemente assorbita dalle particelle adiacenti. La radiazione, emessa da un solido o da un liquido, è originata solamente dalle molecole che si trovano ad una profondità pari approssimativamente ad 1 μm dalla superficie esterna.

Le onde elettromagnetiche di vario tipo, sebbene abbiano la stessa natura, differiscono molto nel comportamento al variare della lunghezza d'onda. Queste radiazioni coprono un campo di lunghezze d'onda estremamente ampio (da 10^{-10} μm per i raggi cosmici a 10^{10} μm per le onde elettriche di potenza) e nella Figura 13.1 è rappresentato lo spettro delle radiazioni elettromagnetiche.

La radiazione elettromagnetica, che corrisponde alla trasmissione di calore, è detta radiazione termica: essa è emessa a causa dei moti vibrator e rotatori delle molecole e degli atomi di una sostanza ed è estesa in un campo di lunghezze d'onda da 10^{-2} μm (nell'Ultra Violetto: UV) a 10^2 μm (Infrarosso). In tale campo è pure compresa la parte visibile dello spettro. In particolare il *campo del visibile* è così suddiviso:

0,38 ÷ 0,45	μm	violetto
0,45 ÷ 0,50	μm	blu
0,50 ÷ 0,57	μm	verde
0,57 ÷ 0,59	μm	giallo
0,59 ÷ 0,61	μm	arancio
0,61 ÷ 0,76	μm	rosso

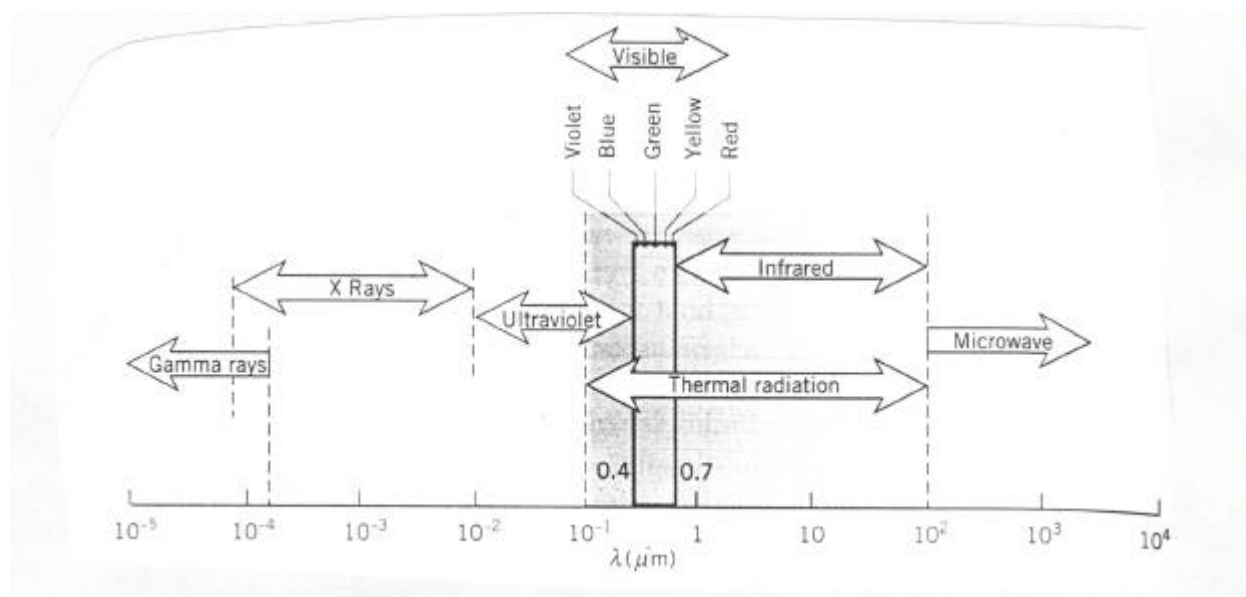


Figura 13.1. Diverse famiglie di onde elettromagnetiche.

La radiazione emessa da corpi a temperatura ambiente si colloca nel campo dell'infrarosso ovvero a lunghezze d'onda comprese tra 0,76 e 100 μm ; solo oltre gli 800 K, i corpi iniziano ad emettere nel campo di lunghezze del visibile (il filamento di Tungsteno di una lampadina ad incandescenza deve essere riscaldato a temperatura di oltre 2000 K prima di divenire visibile).

La radiazione Ultra Violetta occupa il campo delle basse lunghezze d'onda tra 0,01 μm e 0,38 μm : i raggi ultravioletti sono dannosi per i microrganismi e per gli esseri viventi in genere. Lo strato di Ozono (O_3) atmosferico funge da scudo protettivo riguardo la radiazione Ultra Violetta proveniente dal sole assorbendone la maggior parte.

13.2 Definizioni

13.2.1.L'emissione di un corpo. In generale la radiazione emessa da una superficie può essere descritta in termini di direzione e di spettro (lunghezza d'onda).

Si consideri l'emissione in una determinata direzione di un elemento infinitesimo di area dA (Figura 13.2). La direzione può essere specificata relativamente alla normale alla superficie in termini angolari con gli angoli zenitale θ e azimuthale ϕ .

E' possibile poi considerare una superficie infinitesima dA_n normale alla direzione considerata la quale sottende un angolo solido $d\omega$ quando viene vista da dA . Ora è possibile descrivere tale angolo ricorrendo alla nota definizione di angolo solido:

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} \quad (13.3)$$

con: r = distanza tra dA_n e dA

Se pensiamo la superficie dA_n come elemento infinitesimo di una superficie sferica essa può essere rappresentata da:

$$dA_n = r^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi \quad (13.4)$$

Ne segue che l'angolo solido $d\omega$ può essere determinato da:

$$d\omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi \quad (13.5)$$

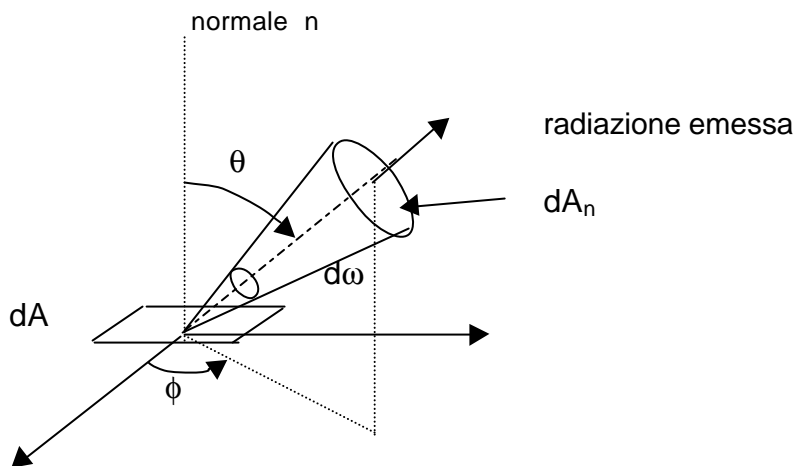


Figura 13.2. Descrizione direzionale della radiazione

Consideriamo ora la radiazione che, emessa in dA , attraversa dA_n nella direzione considerata. Si definisce come **intensità di emissione monocromatica** $i_{\lambda,q}$ [$W/(m^2 \cdot sr \cdot \mu m)$] la potenza radiante emessa alla lunghezza d'onda λ nella direzione (θ, ϕ) per unità di area emittente *normale* alla direzione considerata ($dA \cdot \cos \theta$), per unità di angolo solido $d\omega$ e per unità di intervallo $d\lambda$ di lunghezza d'onda attorno al valore λ considerato. Si noti che l'area considerata (Figura 13.2) varrà $dA \cdot \cos \theta$. Detta dq la potenza irradiata, la definizione di $i_{\lambda,\theta}$ sarà pertanto:

$$i_{\lambda,q} = \frac{dq}{dA \cdot \cos \theta \cdot d\omega \cdot d\lambda} \quad (13.6)$$

Di tale grandezza è possibile una valutazione in termini globali. Riferendosi cioè ad una determinata lunghezza d'onda λ , è possibile determinare la globale potenza radiante emessa in tutte le direzioni del semispazio. Si definisce pertanto un'ulteriore grandezza, ovvero **l'emissione monocromatica emisferica** e_λ [$W/(m^2 \cdot \mu m)$] definita come la potenza termica emessa per unità di area emittente (dA) per intervallo di lunghezza d'onda $d\lambda$ attorno al valore λ considerato. E' possibile definire e_λ considerando come tale grandezza possa essere calcolata dalla conoscenza della grandezza $i_{\lambda,\theta}$ grazie ad una integrazione estesa al semispazio (semisfera) verso cui la superficie dA considerata emette. Ovvero

$$e_\lambda = \int_{2p} i_{\lambda,q} d\omega \quad (13.7)$$

Se $i_{\lambda,\theta}$ è indipendente dalla direzione (i_λ) si avrà:

$$E_\lambda = i_\lambda \int_{2p} d\omega = \pi \cdot i_\lambda$$

Si ricordi che gli angoli azimuthale ϕ e zenithale θ possono variare entro i seguenti limiti:
:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \phi \leq 2\pi \\ 0 &\leq \theta \leq \pi/2 \end{aligned}$$

Infine è possibile definire **l'emissione totale** E [$W/(m^2)$] come la totale potenza emessa per unità di area (per tutte le lunghezze d'onda e per tutte le direzioni):

$$E = \int_0^\infty \left(\int_{2p} i_{\lambda,q} d\omega \right) \cdot d\lambda = \int_0^\infty e_\lambda d\lambda \quad (13.8)$$

13.2.2. L'irradiazione di un corpo. Le grandezze sopra definite permettono di definire le grandezze fondamentali per lo studio dell'emissione di un corpo. È possibile definire grandezze analoghe che riguardino la potenza termica incidente su di una superficie (irradiazione).

In tal modo è possibile definire **l'intensità di irradiazione monocromatica** $g_{\lambda,q}$ [$W/(m^2 \cdot sr \cdot \mu m)$] come la potenza radiante alla lunghezza d'onda λ incidente nella direzione (θ, ϕ) per unità di area ricevente normale alla direzione considerata, per unità di angolo solido e per unità di intervallo $d\lambda$ di lunghezza d'onda attorno al valore λ considerato. Detta dq la potenza irradiata, la definizione di $g_{\lambda,\theta}$ sarà pertanto:

$$g_{l,q} = \frac{d q}{dA \cdot \cos \mathbf{q} \cdot d\mathbf{w} \cdot d\mathbf{l}} \quad (13.9)$$

L'irradiazione monocromatica emisferica g_l [W/(m²·μm)] è definita come la potenza termica incidente per unità di area per intervallo di lunghezza d'onda $d\lambda$ attorno al valore λ considerato. E' possibile definire g_λ considerando come tale grandezza possa essere calcolata dalla conoscenza della grandezza $g_{\lambda,\theta}$ grazie ad una integrazione estesa al semispazio (emisfera) verso cui la superficie dA considerata emette. Ovvero:

$$g_l = \int_{2p} g_{l,q} d\mathbf{w} \quad (13.10)$$

Infine è possibile definire **l'irradiazione totale** G [W/ (m²)] come la totale potenza incidente per unità di area (per tutte le lunghezze d'onda e per tutte le direzioni):

$$G = \int_0^\infty \left(\int_{2p} g_{l,q} d\mathbf{w} \right) \cdot d\mathbf{l} = \int_0^\infty g_l d\mathbf{l} \quad (13.11)$$

13.3 Il comportamento delle superfici

In termini del tutto generali si può affermare che la radiazione incidente su di una superficie in parte viene riflessa, in parte assorbita e infine in parte viene trasmessa (vedi Figura 13.5). Valutando le percentuali di potenza radiante trasmessa G_{trasm} , riflessa G_{rifi} ed assorbita G_{ass} rispetto a quella incidente G , è possibile definire le seguenti grandezze:

- | | | |
|---------------------------|-----|------------------------|
| 1) coeff. di assorbimento | a | G_{ass} / G |
| 2) coeff. di riflessione | r | G_{rifi} / G |
| 3) coeff. di trasmissione | t | G_{trasm} / G |

Inoltre, poiché per il principio di conservazione dell'energia si ha:

$$G_{\text{ass}} + G_{\text{rifi}} + G_{\text{trasm}} = G \quad (13.12)$$

si ha pure che:

$$a + r + t = 1 \quad (13.13)$$

Le definizioni precedenti valgono per le proprietà totali emisferiche con ciò intendendo per tutte le lunghezze d'onda e per tutte le direzioni. Identiche grandezze sono definibili anche per una determinata lunghezza d'onda λ e per tutte le direzioni, come pure per una determinata direzione θ e per tutte le lunghezze d'onda, e, infine, per una data direzione θ e per una data lunghezza d'onda λ . Per esempio, per quanto riguarda, l'assorbimento, si possono definire:

$a_{\lambda,\theta}$ = assorbimento monocromatico direzionale

$$a_{l,q} = \frac{g_{l,q,ass}}{g_{l,q}} \quad (13.14)$$

a_λ = assorbimento monocromatico emisferico

$$a_l = \frac{G_{l,ass}}{G_l} \quad (13.15)$$

a_θ = assorbimento direzionale globale

$$a_q = \frac{\int_0^\infty g_{l,q,ass} dl}{\int_0^\infty g_{l,q} dl} \quad (13.16)$$

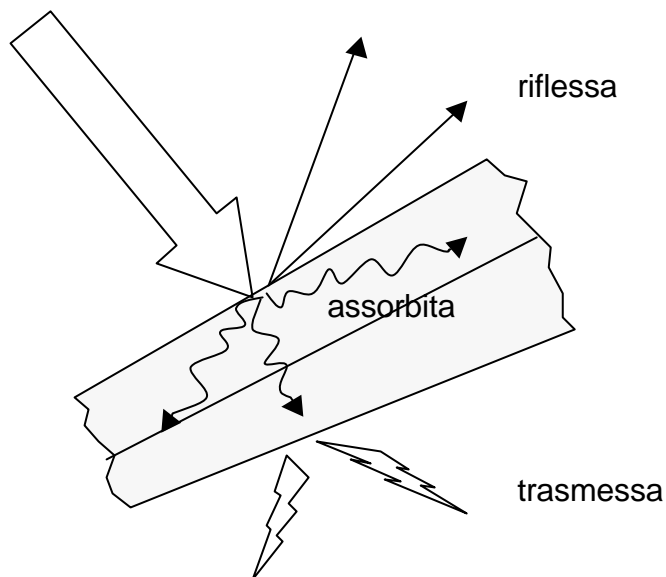


Figura 13.5. Assorbimento, riflessione e trasmissione della potenza irradiata

Identici parametri sono ricavabili per quanto riguarda la riflessione e la trasmissione. E' evidente che anche tali coefficienti possono variare il loro valore tra 0 ed 1. Riguardo al comportamento dei materiali reali, si ha che, ad esempio, per superfici opache (muratura):

$$t = 0$$

Per quanto riguarda i gas essi presentano comportamento difforme: i gas mono e poli atomici a molecole simmetriche formate da atomi uguali sono praticamente trasparenti; si ha:

$$a = r = 0$$

Tale è il caso ad esempio di azoto (N₂), elio (He), idrogeno (H₂). Altri presentano un marcato assorbimento per un determinato intervallo di lunghezze d'onda (es. il vapor acqueo, l'anidride carbonica,...).

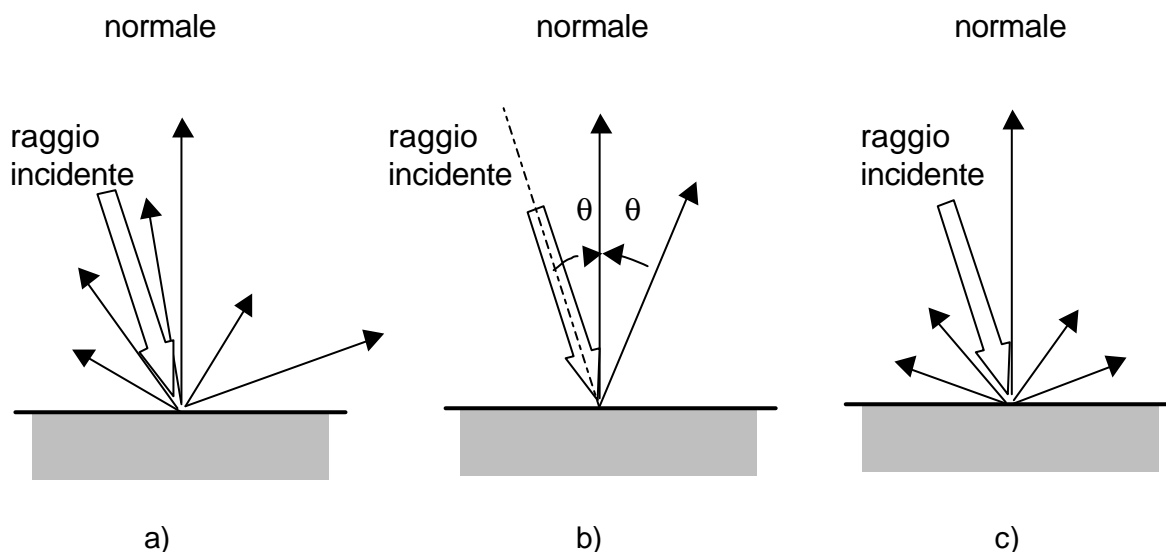


Figura 13.6. a) Riflessione irregolare; b) Riflessione speculare; c) Riflessione diffusa

Per quanto riguarda la radiazione riflessa, le sostanze si comportano in maniera assai diversificata, essendo possibili: la riflessione speculare (la radiazione viene riflessa in modo che l'angolo di riflessione rispetto alla normale eguagli l'angolo di riflessione), la riflessione irregolare (quando la riflessione varia per intensità e per direzione) ed infine la riflessione diffusa (il corpo riflette la radiazione incidente in modo che essa si ripartisce uniformemente in tutte le direzioni). Quest'ultima modalità sarà considerata prevalente nelle considerazioni successive. La Figura 13.6 riporta le modalità di riflessione descritte.

13.4 La radiosità

A questo punto è possibile definire anche l'ultima grandezza che interessa un campo radiante: la radiosità. Tale grandezza considera la totalità della potenza termica radiante che lascia una superficie e che, dalle definizioni date, non può che essere la somma della radiazione emessa e di quella riflessa dalla superficie considerata. Detta dq la potenza globale sopra indicata, è possibile definire la **radiosità monocromatica direzionale** $b_{\lambda,q}$ come:

$$b_{\lambda,q} = \frac{dq}{dA \cdot \cos q \cdot d\omega \cdot d\lambda} \quad (13.17)$$

La **radiosità monocromatica emisferica** b_{λ} [W/(m²·μm)] è definita come la potenza termica che lascia l'unità di area per intervallo di lunghezza d'onda $d\lambda$ attorno al valore λ considerato. E' possibile definire b_{λ} considerando come tale grandezza possa essere calcolata dalla conoscenza della grandezza $b_{\lambda,\theta}$ grazie ad una integrazione estesa al semispazio (emisfera) verso cui la superficie dA considerata emette. Ovvero

$$b_l = \int_{2p} b_{l,q} d\omega \quad (13.18)$$

Infine è possibile definire l'**irradiazione totale** B [$W/(m^2)$] come la totale potenza irradiata per unità di area a tutte le lunghezze d'onda ed in tutte le direzioni:

$$B = \int_0^\infty \left(\int_{2p} b_{l,q} d\omega \right) \cdot d\lambda = \int_0^\infty b_l d\lambda \quad (13.19)$$

13.5. Il corpo nero

Per meglio comprendere il comportamento dei corpi rispetto allo scambio termico per radiazione, si è ricorsi all'elaborazione di un modello, ovvero alla definizione di un corpo ideale che viene denominato *corpo nero* e che possiede le seguenti proprietà:

- assorbe tutta la radiazione incidente a qualsiasi lunghezza d'onda;
- fissate *temperatura* e *lunghezza d'onda*, emette più energia di qualsiasi altro corpo;
- emette in modo *uniforme* in ogni direzione.

Pertanto: **un corpo nero è un perfetto emettitore ed assorbitore di radiazione poiché emette la massima radiazione per ogni temperatura e lunghezza d'onda ed assorbe tutta la radiazione incidente su di esso indipendentemente da direzione e lunghezza d'onda.**

Una cavità di forma irregolare dotata di un'apertura verso l'esterno di dimensioni medie molto piccole rispetto al diametro medio della cavità stessa costituisce una buona approssimazione del corpo nero. Tutta la radiazione incidente sull'apertura viene ripetutamente riflessa (ed assorbita) all'interno della cavità senza che nessuna frazione di essa riesca a fuoriuscire.

Tra i corpi esistenti in natura, un manto di neve soffice, *per le lunghezze d'onda dell'infrarosso*, è da considerarsi un assorbitore perfetto.

In riferimento al corpo nero sono state ricavate le seguenti leggi fisiche.

Legge di PLANCK

Consente di determinare la distribuzione spettrale della radiazione emessa dal corpo nero, calcolando nel seguente modo l'**intensità di emissione monocromatica direzionale del corpo nero** $i_{l,\theta}$:

$$(i_{l,\theta})_n = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5 \cdot [\exp(\frac{hc_0}{\lambda \cdot k \cdot T}) - 1]} \quad (13.20)$$

h = costante di Planck = $6,656 \cdot 10^{-34}$ J · s

k = costante di Boltzmann = $1,3805 \cdot 10^{-23}$ J / K

c_0 = velocità della luce nel vuoto = $2,9976 \cdot 10^8$ m/s

Poiché il corpo nero è un emettitore diffuso, è possibile integrare l'intensità di emissione monocromatica direzionale del corpo nero $i_{\lambda,n}$ sul semispazio ed **l'emissione monocromatica emisferica e_{λ}** [$W/(\mu m \cdot m^2)$]:

$$(e_{\lambda})_n = \frac{2 \cdot \rho \cdot h c_0^2}{I^5 \cdot [\exp(\frac{h \cdot c_0}{I \cdot k \cdot T}) - 1]} \quad (13.21)$$

L'andamento di e_{λ} in funzione della lunghezza d'onda e della temperatura è riportata in Figura 13.7.

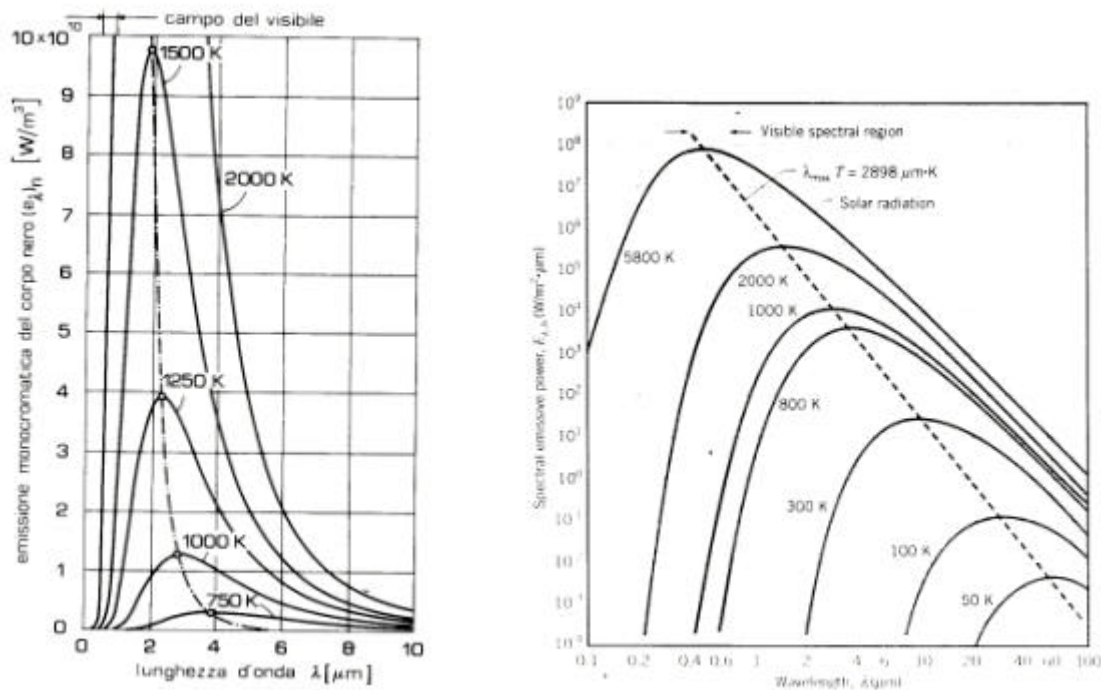


Figura 13.7. Spettro di emissione di un corpo nero e_{λ} . Nel diagramma a sinistra la scala delle ascisse e lineare in quella a destra invece è logaritmica.

Si noti che:

- la radiazione emessa varia in modo continuo con la lunghezza d'onda;
- ad una qualsiasi lunghezza d'onda l'intensità della radiazione emessa aumenta con la temperatura;
- la regione spettrale in cui si ha il massimo di emissione dipende dalla temperatura e si trova a lunghezze d'onda via via più corte al crescere della temperatura stessa;
- l'emissione solare può essere considerata approssimabile con l'emissione di un corpo nero alla temperatura equivalente di $T_{\text{sun}} = 5800 \text{ K}$.

Si noti infine che la lunghezza d'onda a cui si verifica la massima intensità di emissione λ^* e la temperatura sono tra loro inversamente proporzionali secondo la **Legge di WIEN**:

$$\lambda^* \cdot T = 2897,8 \mu m \cdot K \quad (13.22)$$

Infine, per un corpo nero, è possibile ricavare la potenza termica radiante globalmente emessa grazie alla Legge di STEFAN – BOLTZMANN:

$$E_n = \sigma \cdot T^4 \quad (13.23)$$

in cui: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/ (m}^2 \cdot \text{K}^4)$

Graficamente per ogni temperatura E_n è rappresentato dall'area sottesa dalla rispettiva curva in figura 13.7.

Si noti che le due leggi di Wien e di Stefan-Boltzmann si possono ricavare analiticamente dalla legge di Planck rispettivamente derivando e integrando la (13.20). Ed anche integrando la (13.21).

$$E_n = \int_0^{\infty} (e_l)_n dI$$

13.6 L'emissione di un corpo reale

Il modello radiativo costituito dal corpo nero è utile alla trattazione dei corpi reali. Nota infatti l'emissione di un corpo nero, è possibile ricondurre l'emissione di un corpo reale a quella del corpo nero. Ovviamente tale emissione sarà una frazione di quest'ultima. Si definisce **emissività** e del corpo la grandezza:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_n} \quad (13.24)$$

E = emissione globale del corpo [W/m^2];

E_n = emissione globale del corpo nero alla stessa temperatura [W/m^2];

E' possibile definire anche l'**emissività monocromatica direzionale** $e_{l,q}$, come:

$$\varepsilon_{\lambda,\theta} = \frac{i_{l,q}}{i_{l,q,n}} \quad (13.25)$$

$i_{\lambda,\theta}$ = emissione monocromatica direzionale del corpo [$\text{W / (\mu m} \cdot \text{sr} \cdot \text{m}^2)$];

$i_{\lambda,\theta,n}$ = emissione monocromatica direzionale del corpo nero alla stessa temperatura [$\text{W/((}\mu\text{m}\cdot\text{sr}\cdot\text{m}^2)$].

Come evidenziato più volte, lo scambio termico per irraggiamento dipende sia dalla lunghezza d'onda che dalla direzione e dalla temperatura, nelle applicazioni pratiche si utilizza generalmente però l'approssimazione secondo cui le superfici emittenti, o comunque comprese in un campo radiante, emettono in maniera perfettamente diffusa (ovvero la radiazione emessa non dipende dalla direzione). Inoltre, le proprietà dei materiali (coefficiente di assorbimento, riflessione e trasmissione) sono considerate indipendenti dalla lunghezza d'onda. Tali superfici (o materiali) sono detti **superfici (o corpi) grigi**.

In sostanza è possibile considerare i seguenti casi:

superficie reale:	$\varepsilon_{\lambda, \theta}$	non è costante ne' al variare della direzione θ ne' al variare della lunghezza d'onda λ ;
superficie diffondente:	ε_{θ}	costante al variare della direzione;
superficie grigia:	$\varepsilon_{\lambda}, \varepsilon_{\theta}$	costanti (l'emissività non dipende né dalla lunghezza d'onda né dalla direzione);
superficie nera:	$\varepsilon = 1$	sempre.

Per un corpo grigio è possibile scrivere, poiché le sue proprietà non dipendono dalla direzione e dalla lunghezza d'onda, che:

$$a_{\lambda} = a$$

$$\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon$$

$$t_{\lambda} = t$$

Le Figure 13.8 e 13.9 permettono il confronto tra le emissività e gli spettri di emissione di diverse superfici. Inoltre la Figura 13.10 evidenzia il comportamento di un materiale di utilizzo comune quale il vetro.

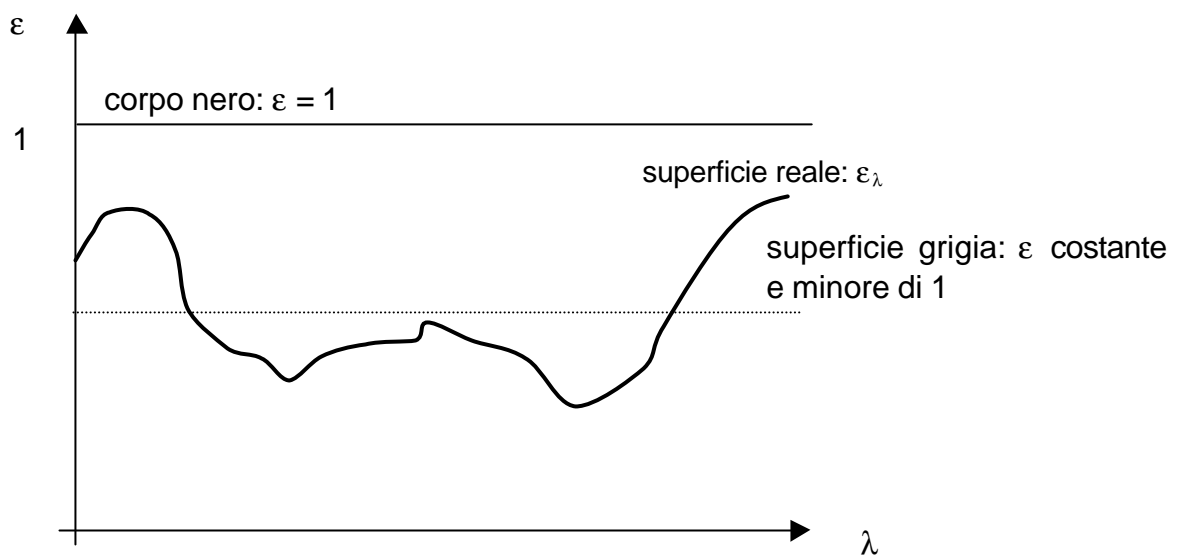


Figura 13.8. Confronto delle emissività di diversi tipi di superficie.

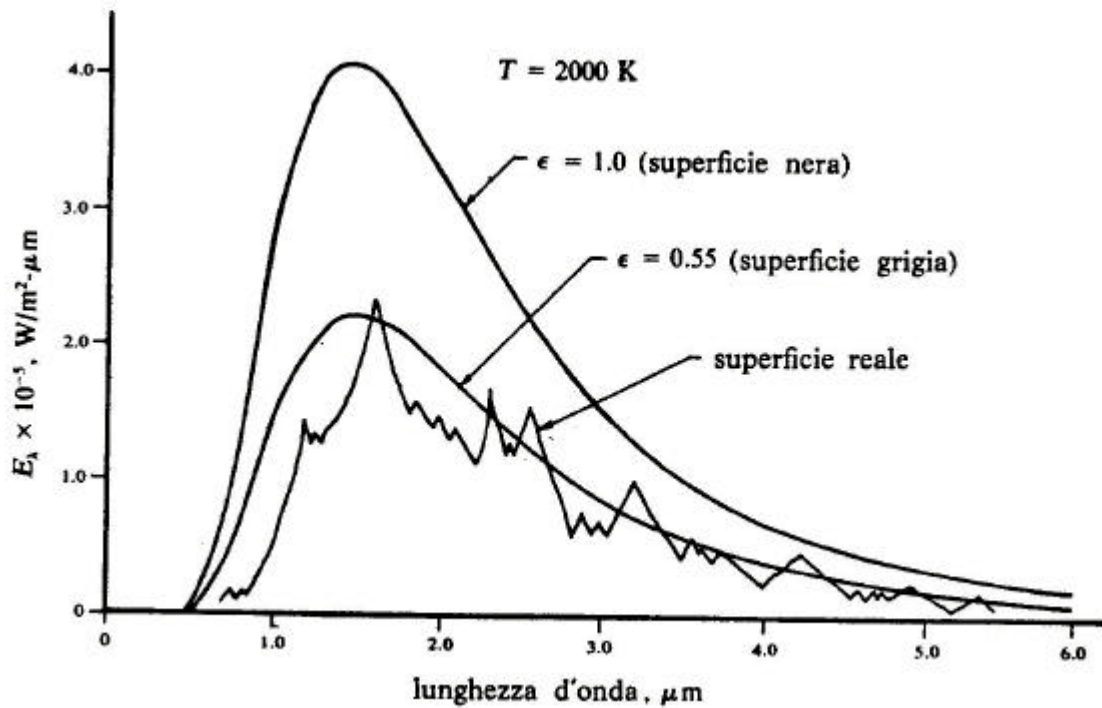


Figura 13.9. Confronto degli spettri di emissione di diversi tipi di superficie.

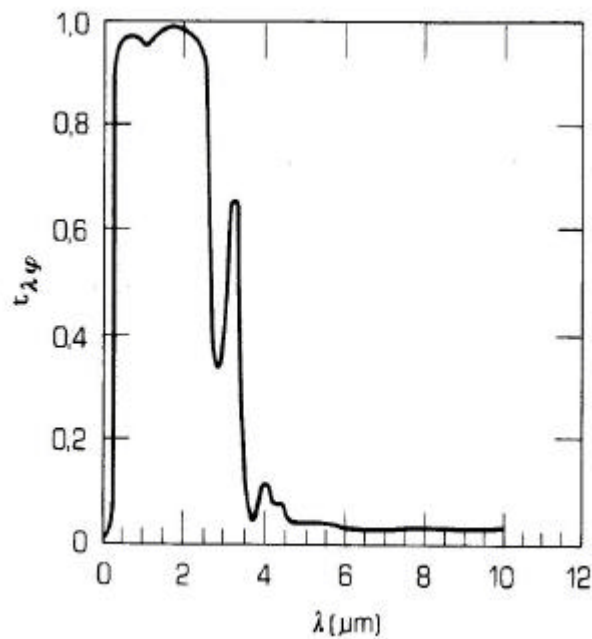


Figura 13.10. Coefficiente di trasmissione monocromatico per il vetro

13.7. Legge di KIRCHHOFF

L'emissività di un corpo è correlabile al coefficiente di assorbimento secondo le relazioni di Kirchhoff; tali relazioni si possono scrivere nel seguente modo:

$$a) \quad a_{\lambda, \theta} = \varepsilon_{\lambda, \theta} \quad (13.26)$$

ovvero l'emissività monocromatica direzionale risulta uguale al coefficiente di assorbimento monocromatico direzionale. Questa relazione è valida sempre.

$$b) \quad a_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda} \quad (13.27)$$

ovvero l'emissività monocromatica globale risulta uguale al coefficiente di assorbimento monocromatico globale. Questa relazione è valida se la superficie considerata emette in modo diffuso cioè se l'irradiazione considerata è diffusa (uniforme in tutte le direzioni).

$$c) \quad a = \varepsilon \quad (13.28)$$

ovvero l'emissività globale risulta uguale al coefficiente di assorbimento globale. Anche questa relazione è valida se la superficie considerata emette in modo perfettamente diffuso (in tutte le lunghezze d'onda) in particolare vale per corpi neri e grigi.

13.8 La potenza termica scambiata tra superfici

13.8.1. Il Fattore di Vista. L'entità della potenza termica q [W] scambiata per *irraggiamento* tra due o più corpi dipende dall'orientazione reciproca delle superfici, dalle loro proprietà radiative e dalle loro temperature. Per calcolare q , è necessario introdurre il concetto di fattore di vista o di forma.

Il fattore di vista tra una superficie i ed una superficie j ($F_{i \rightarrow j}$) è la frazione di energia emessa da i che incide direttamente su j .

Il fattore di vista è una grandezza puramente geometrica e dipende solo dalla posizione reciproca delle superfici (vedi Figura 13.11).

Valgono le seguenti proprietà:

a- Reciprocità:

$$F_{i \rightarrow j} \cdot A_i = F_{j \rightarrow i} \cdot A_j \quad (13.29)$$

b - Per il principio di *conservazione dell'energia*, in una cavità con N superfici, si ha per ciascuna superficie i -esima :

$$\sum_{j=1}^N F_{i \rightarrow j} = 1 \quad (13.30)$$

Il calcolo del fattore di vista richiede la soluzione del seguente integrale (vedi Figura 13.11):

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{\pi \cdot A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos J_i \cdot \cos q_j}{r^2} \cdot dA_i \cdot dA_j \quad (13.31)$$

oppure possono essere utilizzati grafici come quelli indicati in Figura 13.12 e in Figura 13.13.

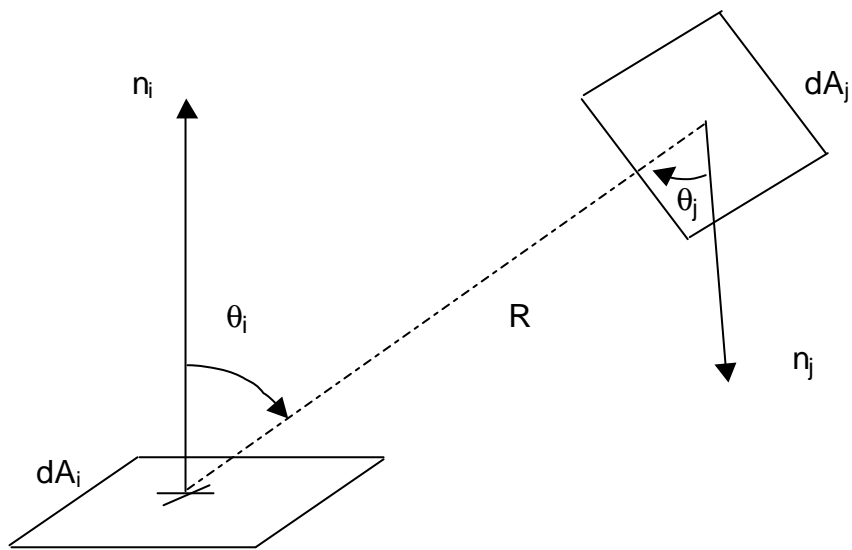


Figura 13.11. Fattore di Vista associato allo scambio radiante tra superfici

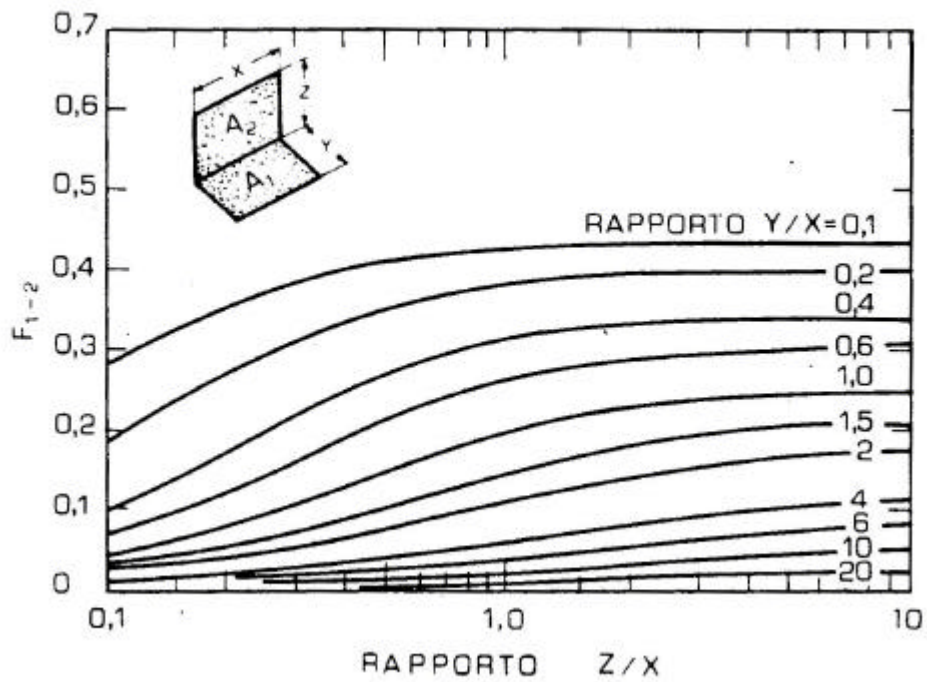


Figura 13.12. Fattore di vista per superfici rettangolari adiacenti

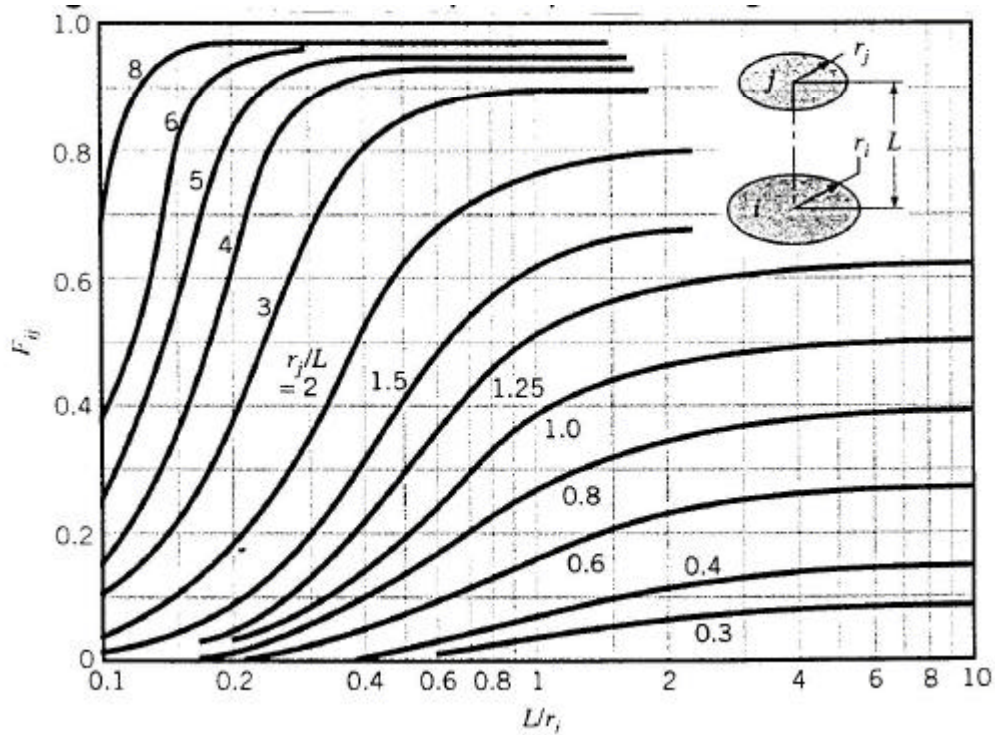


Figura 13.13. Fattore di vista per dischi coassiali paralleli.

La (13.31) può essere ricavata nel seguente modo.

Detta $I_{i,q}$ l'intensità di emissione totale (non monocromatica) di un elementino infinitesimo (di) della superficie i nella direzione θ , il corrispondente flusso energetico che giunge su un punto al centro di un elementino (dj) della superficie j ($dq_{i \rightarrow j}$) sarà dato da:

$$dq_{i \rightarrow j} = I_{i,\theta} \cdot dA_i \cdot \cos \Theta_i \cdot d\omega_j$$

dove $d\omega_j$ è l'angolo solido sotteso dall'elemento della superficie j al punto di vista - centro dell'elemento di superficie i :

$$d\omega_j = \frac{dA_j \cdot \cos \Theta_j}{r^2}$$

il flusso di energia radiante emessa dalla superficie i che incide sulla superficie j può essere così calcolata per integrazione di $dq_{i \rightarrow j}$ estesa dapprima all'intera superficie i , quindi all'intera superficie j :

$$q_{i \rightarrow j} = \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{I_{i,\theta} \cdot \cos \Theta_j \cdot \cos \Theta_i}{r^2} \cdot dA_i \cdot dA_j$$

se l'intensità di emissione totale direzionale $I_{i,q}$ è costante in ogni punto della superficie i essa può essere portata fuori dal doppio integrale.

Il flusso totale di energia radiante emessa dalla superficie i , se $I_{i,\theta}$ è indipendente dalla direzione (I_i), è invece fornito dalla:

$$q_i = A_i \cdot I_i \int_{\Omega} d\Omega = A_i \cdot \mathbf{p} \cdot I_i$$

Essendo il fattore di vista tra la superficie i e la superficie j ($F_{i \rightarrow j}$) il rapporto tra la frazione di energia emessa da i che incide direttamente su j e l'energia totale emessa da i , si avrà:

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{q_{i \rightarrow j}}{q_i} = \frac{I_i \cdot \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{\cos \Theta_j \cdot \cos \Theta_i}{R^2} \cdot dA_i \cdot dA_j}{A_i \cdot \mathbf{p} \cdot I_i}$$

da cui, semplificandosi I_i , si ricava la (13.31).

13.8.2. Scambio termico tra superfici nere. Dalle definizioni date, è possibile calcolare lo scambio termico tra due superfici nere, il flusso che la superficie 1 scambia con la superficie 2 sarà pari alla differenza tra flusso inviato alla superficie 2 e flusso ricevuto dalla stessa:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot E_{n,1} - A_2 \cdot E_{n,2} \cdot F_{2 \rightarrow 1} \quad (13.32)$$

ovvero, tenendo conto della reciprocità (13.29) e della legge di Stefan – Boltzmann (13.23):

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad [W] \quad (13.33)$$

13.8.3. Potenza scambiata da una superficie grigia. Si consideri una superficie grigia e opaca. Ne segue che il suo coefficiente di trasmissione sarà nullo; pertanto:

$$t = 0 \Rightarrow a + r = 1 \Rightarrow r = 1 - a = 1 - \varepsilon$$

La radiosità della superficie grigia è perciò:

$$B = r \cdot G + \varepsilon \cdot E_n = (1 - \varepsilon) \cdot G + \varepsilon \cdot E_n \quad (13.34)$$

La superficie scambierà con ciò che la circonda la potenza q pari a.

$$q = A \cdot (G - B) \quad (13.35)$$

ovvero ciò che incide sulla superficie meno ciò che lascia la superficie stessa. Ricavando G dalla (13.34) e sostituendolo nella (13.35):

$$q = A \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} (B - E_n) \quad (13.36a)$$

da cui, risostituendo il valore di B dalla (13.34):

$$q = A \varepsilon (G - E_n) \quad (13.36b)$$

13.8.4. Potenza scambiata tra due superfici grigie. Due superfici grigie ed opache si scambiano energia radiante. Della potenza totale che lascia la superficie 1 la parte che arriverà sulla superficie due sarà pari a: $B_1 \cdot A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2}$; mentre della potenza che lascia la superficie 2 la parte che arriverà sulla superficie uno sarà pari a: $B_2 \cdot A_2 \cdot F_{2 \rightarrow 1}$. Pertanto la potenza radiante globale trasferita tra le due superfici sarà:

$$q_{1 \rightarrow 2} = B_1 \cdot A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} - B_2 \cdot A_2 \cdot F_{2 \rightarrow 1}$$

che, per la relazione di reciprocità, può essere espressa:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot (B_1 - B_2) = \frac{B_1 - B_2}{1/(A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2})}$$

Se le due superfici scambiano energia radiante esclusivamente tra loro, ipotizzando che T_1 sia maggiore di T_2 , il flusso globale di energia q_1 ceduto dalla superficie 1 sarà uguale al flusso $q_{1 \rightarrow 2}$ trasferito tra le due superfici, ed anche al flusso q_2 globalmente ricevuto dalla superficie 2.

Se, in base alla (13.36a):

$$q_1 = \frac{B_1 - (E_1)_n}{\frac{1 - e}{e \cdot A_1}} ; \quad q_2 = \frac{B_2 - (E_2)_n}{\frac{1 - e}{e \cdot A_2}}$$

Allora si potrà scrivere:

$$q_{1 \rightarrow 2} = \frac{(E_1)_n - B_1}{\frac{1 - e}{e \cdot A_1}} = \frac{B_1 - B_2}{A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2}} = \frac{B_2 - (E_2)_n}{\frac{1 - e}{e \cdot A_2}}$$

al solito, costruendo un sistema di tre equazioni esprimenti $q_{1 \rightarrow 2}$, e sommando membro a membro si ottiene, dopo aver espresso secondo la legge di Stefan-Boltzmann le emissioni globali $((E_1)_n$ ed $(E_2)_n$) del corpo nero alle temperature T_1 e T_2 , la seguente espressione per il calcolo della potenza scambiata tra le due superfici ($q_{1 \rightarrow 2}$) risulta essere pari a:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 F_{1 \rightarrow 2} (B_1 - B_2) = \frac{s \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - e_1}{e_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} + \frac{1 - e_2}{e_2 A_2}} \quad (13.37)$$

che vale se lo scambio termico avviene tra due superfici grigie, opache ed il campo radiante è perfettamente diffuso. In tale espressione:

T_1, T_2 = temperature assolute delle superfici [K];

ϵ_1, ϵ_2 = emissività globali delle superfici;

$F_{1 \rightarrow 2}$ = fattore di vista tra le due superfici;

A_1, A_2 = superfici [m^2];

B_1, B_2 = radiosità delle superfici [W/m^2].

Se una delle due superfici è nera ($\varepsilon = 1$) la formula si semplifica, se entrambe le superfici sono nere la formula si riduce a:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot \mathbf{s} \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Se una superficie risulta molto più estesa dell'altra ($A_1 \ll A_2$ per esempio), si può ritenere che tutta la radiazione emessa dal corpo 1 tenda a incidere su 2 e che quindi $F_{1 \rightarrow 2}$ tenda a 1. Con tali ipotesi è possibile modificare la relazione (13.37) come segue:

$$q_{1 \rightarrow 2} = \frac{\mathbf{s} \cdot (T_1^4 - T_2^4) \cdot A_1}{\frac{1 - \mathbf{e}_1}{\mathbf{e}_1} + \frac{1}{F_{1 \rightarrow 2}} + \left(\frac{1 - \mathbf{e}_2}{\mathbf{e}_2} \right) \cdot \frac{A_1}{A_2}} = \mathbf{e}_1 A_1 \cdot \mathbf{s} \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (13.38)$$

essendo il termine $\left(\frac{1 - \mathbf{e}_2}{\mathbf{e}_2} \right) \cdot \frac{A_1}{A_2}$ tendente a zero, ed $F_{1 \rightarrow 2}$ tendente a 1.

Se invece le due superfici sono piane, parallele, e di estensione tale rispetto alla distanza da rendere trascurabili gli effetti di bordo, allora si avrà che $F_{1 \rightarrow 2} = F_{2 \rightarrow 1} = 1$, ed $A_1 = A_2 = A$. Pertanto la relazione (13.37) si riduce a:

$$q_{1 \rightarrow 2} = \frac{A \cdot \mathbf{s} \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\mathbf{e}_1} + \frac{1}{\mathbf{e}_2} - 1}$$

Se poi le due superfici sono nere, la formula si riduce a:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A \cdot \mathbf{s} \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Nel caso tra le due superfici sia interposto uno schermo con assorbimento pari a \mathbf{e}_s , se all'equilibrio il flusso scambiato tra la superficie 1 e lo schermo è uguale a quello scambiato tra lo schermo e la superficie 2, si avrà:

$$q = \frac{A \cdot \mathbf{s} \cdot (T_1^4 - T_s^4)}{\frac{1}{\mathbf{e}_1} + \frac{1}{\mathbf{e}_s} - 1} = \frac{A \cdot \mathbf{s} \cdot (T_s^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\mathbf{e}_s} + \frac{1}{\mathbf{e}_2} - 1}$$

da cui si ottiene il sistema di due equazioni:

$$\left(\frac{1}{\mathbf{e}_1} + \frac{1}{\mathbf{e}_s} - 1 \right) \cdot q = A \cdot \mathbf{s} \cdot (T_1^4 - T_s^4)$$

$$\left(\frac{1}{\mathbf{e}_1} + \frac{1}{\mathbf{e}_s} - 1 \right) \cdot q = A \cdot \mathbf{s} \cdot (T_1^4 - T_s^4)$$

sommando membro a membro si ottiene:

$$q_{1 \rightarrow 2} = \frac{A \cdot s \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} + \frac{2}{e_s} - 2}$$

13.9 Emissività dei materiali

Le emissività dei materiali in genere sono fortemente dipendenti dalla direzione fig 13.14; essa inoltre varia con il grado di finitura superficiale, e con la temperatura (fig. 13.14). Valori indicativi sono i seguenti:

Materiali non metallici	$\varepsilon > 0,8$
Cemento	$\varepsilon = 0,8 \div 0,9$
Superfici metalliche lucidate	$0,03 < \varepsilon < 0,04$
Superfici metalliche ossidate	$0,6 < \varepsilon < 0,9$
Pelle ($\theta = 90^\circ$)	$\varepsilon \approx 0,9$
Vetro	$\varepsilon = 0,9 \div 0,95$
Acqua	$\varepsilon = 0,96$

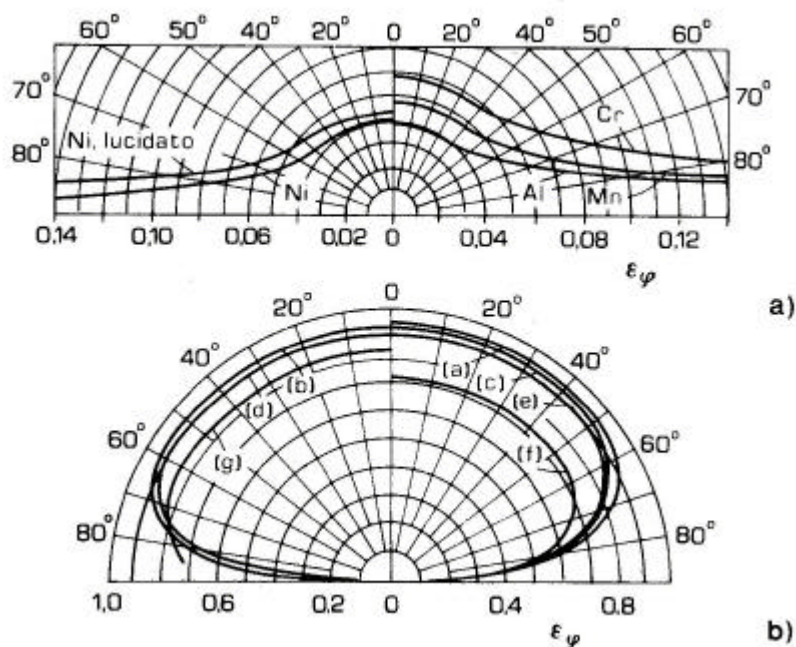


Figura 13.14. Emissività al variare della direzione.

- 1 - ardesia in lastra
 - 2 - linoleum rosso-bruno
 - 3 - ardesia d'amianto
 - 4 - gomma tenera, grigia
 - 5 - calcestruzzo
 - 6 - porcellana
 - 7 - smalto-vetrina (bianco)
 - 8 - mattone in laterizio (rosso)
 - 9 - sughero
 - 10 - tegola bianca olandese
 - 11 - refrattario bianco (chamotte)
 - 12 - Mg O
 - 13 - alluminio anodizzato
 - 14 - pittura all'alluminio
 - 15 - alluminio lucidato
 - 16 - grafite
- linee tratteggiate: segnano i limiti per
legno - carta - stoffe - amianto

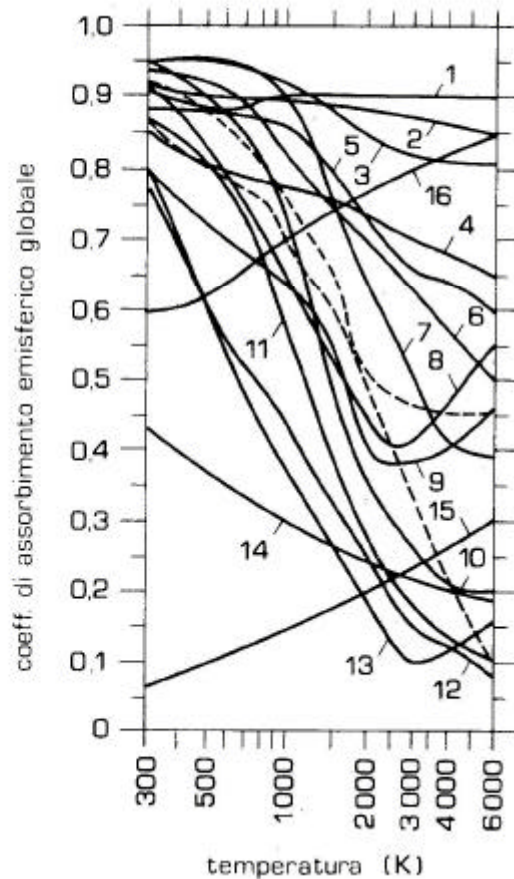


Figura 13.15. Emissività dei materiali al variare della temperatura.

13.10 Percezione dei colori

Sono le porzioni di radiazione riflessa ed assorbita ad essere responsabili della percezione del colore. A meno di oggetti incandescenti ($T_s > 1000\text{K}$) il colore è dovuto ad assorbimenti e riflessioni selettivi della radiazione visibile incidente (naturale o artificiale che sia) da parte della superficie degli oggetti. Superfici che, come già detto, alle temperature usuali emettono nell'Infrarosso.

Così, ad esempio, il colore di una maglia è rosso perché i pigmenti superficiali di essa assorbono le porzioni di radiazione (solare ad esempio) relative agli altri colori (blu e verde in questo caso).

La tinta nera deriva dal fatto che la superficie assorbe tutto il visibile; quella bianca, al contrario, significa che tutto il visibile viene riflesso.

13.11 La radiazione solare

La radiazione solare costituisce un fattore essenziale per lo sviluppo della vita nella Terra. Come già detto in 13.5 lo spettro della radiazione solare può essere approssimato con lo spettro di emissione di un corpo nero alla temperatura $T = 5777\text{ K}$.

La radiazione solare su di un punto della superficie terrestre dipende dalla latitudine, dal giorno dell'anno dall'ora del giorno, dalle condizioni atmosferiche. Si definisce con il termine costante solare S_c la potenza solare incidente su di una superficie extra-atmosferica posta in direzione normale alla direzione dei raggi solari. Si è rilevato che il valore di tale radiazione è pari a:

$$S_c = 1367 \text{ W/m}^2$$

La radiazione solare (vedi Figura 13.16) risulta concentrata nella banda compresa tra le lunghezze d'onda $0,2 \leq \lambda \leq 3 \mu\text{m}$ con un picco intorno a $0,5 \mu\text{m}$; in particolare si rileva che nell'intervallo $0,28 \leq \lambda \leq 4,96 \mu\text{m}$ viene emessa il 99% della radiazione solare.

Le superfici negli ambienti in genere riemettono oltre i $4 \mu\text{m}$. È altamente improbabile che le proprietà spettrali delle superfici restino costanti in un intervallo esteso quanto lo spettro della radiazione solare. È pertanto assai difficile che le superfici si comportino come grigie in tutto questo intervallo spettrale.

Al passaggio attraverso l'atmosfera la radiazione solare viene alterata sia in magnitudine che in direzione. Responsabili di queste alterazioni sono fenomeni di *assorbimento atmosferico* e di *scattering*. L'assorbimento è dovuto essenzialmente a :

- ozono O_3 : considerevole sotto $0,4 \mu\text{m}$, completo sotto $0,3 \mu\text{m}$;
- CO_2 ; H_2O (vapore) e O_2

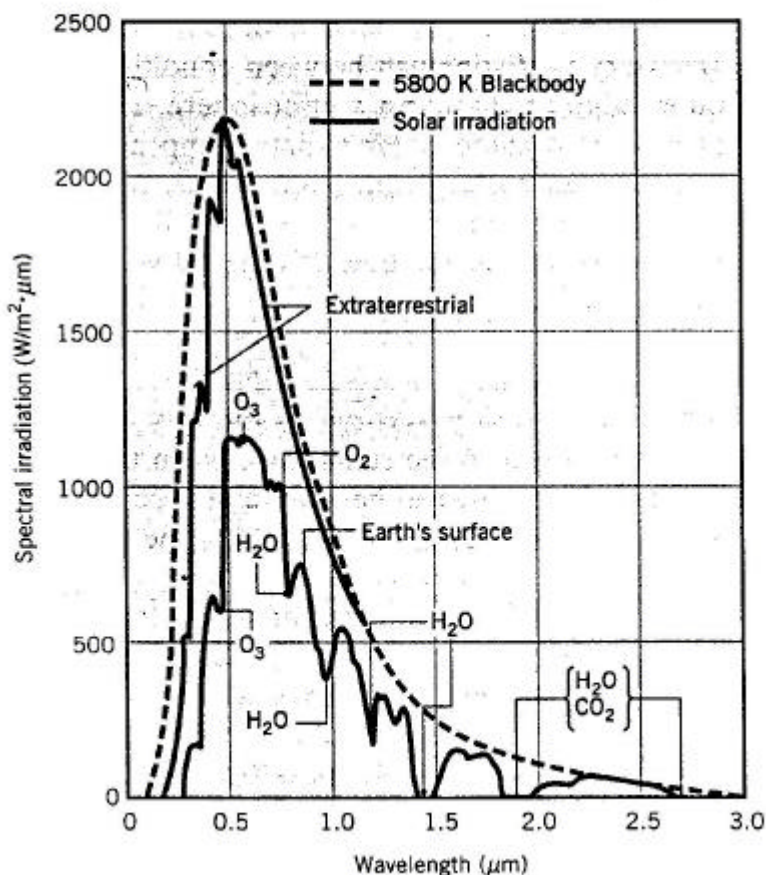


Figura 13.16. Lo spettro della radiazione solare

Nella regione del visibile assorbono O_3 ed O_2 ; nella regione dell'Infrarosso l'assorbimento del vapore acqueo è prevalente.

L'assorbimento varia infine anche con la posizione del Sole: al variare del suo angolo in alzata varia anche la quantità di atmosfera attraversata dai suoi raggi. Un indice in questo senso è costituito dalla massa d'aria attraversata (Air Mass = AM) definita come il rapporto tra la massa atmosferica effettivamente attraversata dai raggi solari e quella che verrebbe attraversata se il sole fosse allo zenith. Quindi *Air Mass* = 1 significa Sole allo zenith.

Il fenomeno di *scattering* [molecolare o di Rayleigh e Mie scattering] è responsabile del cambiamento di direzione dei raggi solari.

La luce blu ($\lambda \approx 0,42 \mu\text{m}$) viene deviata 5 volte di più che la luce rossa ($\lambda \approx 0,65 \mu\text{m}$); alla superficie terrestre arriva luce riflessa blu da tutte le direzioni.

E' grazie al fenomeno dello scattering che si genera la radiazione diffusa intendendo con questo termine la parte di radiazione solare che incide al suolo non provenendo direttamente dalla direzione del Sole. Tale porzione può variare da un 10% circa (giornata serena) al 100% (giornata coperta).

13.12 Effetto Serra

L'Effetto Serra è facilmente comprensibile considerando ambienti esposti alla radiazione solare e separati dall'esterno con superfici vetrate. Tali superfici vetrate consentono una forte penetrazione della parte di radiazione solare con λ minore (vedi Figura 13.10): la radiazione incidente è quindi assorbita dagli oggetti presenti nell'ambiente e da essi riemessa ma nella banda dell'Infrarosso, come è evidente tenendo conto della legge di Wien e delle temperature relativamente basse raggiunte da questi oggetti.

Per tali lunghezze d'onda la superficie vetrata però ha coefficiente di trasmissione prossimo allo zero: la radiazione (termica) risulta intrappolata nell'ambiente che viene pertanto riscaldato.

In larga scala un tale fenomeno avviene anche nell'atmosfera terrestre dove le emissioni termiche terrestri sono "intrappolate" ad opera di gas poco trasparenti all'infrarosso, detti appunto in questi ultimi tempi «gas-serra» (es. cloro-fluoro-carburi e CO_2), e del pulviscolo; il fenomeno sta provocando un progressivo aumento della temperatura media nella biosfera.

Bibliografia

F.P. Incropera, D. P. De Witt. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. J. Wiley & Sons, 4th Ed., 1996

Y.A. Cengel. *Termodinamica e Trasmissione del Calore*. Mc Graw-Hill, 1998

C. Bonacina, A. Cavallini, L. Mattarolo. *Trasmissione del Calore*. Ed. Cleup, Padova, 1992