

## I MECCANISMI DI TRASMISSIONE DEL CALORE

Il calore è l'energia trasmessa da un corpo ad un altro in virtù di una differenza di temperatura.

Dall'osservazione dei fenomeni termici, è possibile mettere in evidenza il fatto che lo scambio termico tra due corpi o tra parti di uno stesso corpo, aventi temperatura diversa, può avvenire secondo tre diversi meccanismi di trasmissione detti rispettivamente:

- **Conduzione**, quando lo scambio si ha tra due porzioni di materia a diversa temperatura ed in assenza di moto;
- **Convezione**, quando si ha contatto tra i corpi interessati allo scambio di calore e almeno uno è costituito da un fluido in movimento;
- **Irraggiamento**, quando non si ha contatto diretto tra corpi

1

## Conduzione

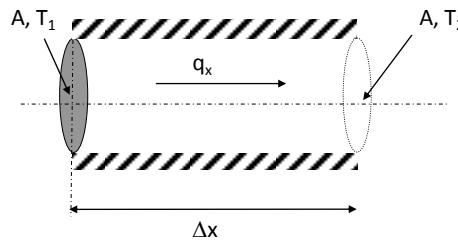
- La conduzione termica, da un punto di vista macroscopico, si manifesta come scambio di energia termica all'interno di corpi o tra corpi *solidi, liquidi o gassosi, in contatto* tra di loro, **senza movimento macroscopico di materia**.
- Lo scambio termico è dovuto alla **cessione di energia cinetica molecolare (rotazionale e vibrazionale) da zone ad alta temperatura verso zone adiacenti a più bassa temperatura**.
- Nel caso particolare dei solidi metallici, oltre a tale meccanismo si deve considerare anche la componente di energia trasportata grazie al moto degli elettroni.

## Il postulato di Fourier

Barretta cilindrica di materiale omogeneo (struttura del materiale uniforme in ogni punto) ed isotropo (proprietà termofisiche indipendenti dalla direzione). Le estremità della barretta siano costituite da due superfici piane parallele a distanza  $\Delta x$ , mantenute a temperature diverse ed uniformi  $T_1$  e  $T_2$ :

$$T_1 > T_2 \quad T_1 - T_2 = \Delta T$$

Si consideri il corpo ben isolato lungo tutto l'involucro in modo che il flusso termico abbia luogo solo lungo il suo asse.



Francesca Cappelletti

3

La differenza di temperatura causa un flusso di potenza termica attraverso la sezione A; si trova che:

$$Q_x \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Ossia si osserva la proporzionalità tra flusso termico, differenza di temperatura, lunghezza della barra e superficie della sezione A. Tale proporzionalità è esprimibile tramite un fattore **detto conducibilità termica** del materiale  $\lambda$ . Tale coefficiente, che è una proprietà fisica del materiale, si misura in W/(m·K).

Allora la relazione precedente può essere riscritta come:

$$Q_x = -\lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Questa relazione è nota come **postulato di Fourier**.

In forma differenziale:

$$Q_x = -\lambda A \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda A \frac{\partial T}{\partial x}$$

Francesca Cappelletti

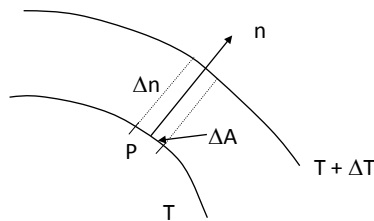
4

Nel corpo considerato si avranno delle superfici a temperatura costante che approssimativamente possono essere individuate nei piani perpendicolari all'asse del cilindro.

Si osserva quindi che il flusso termico si propaga in direzione perpendicolare alle superfici isoterme ossia, in termini matematici, lungo la direzione del vettore *gradiente di temperatura*:

$$\frac{\partial T}{\partial x}$$

Tale situazione ha una validità generale, ossia su di un corpo qualsiasi una volta individuata una superficie isoterma il flusso di calore si propagherà in ogni punto in direzione perpendicolare a tale superficie.



Francesca Cappelletti

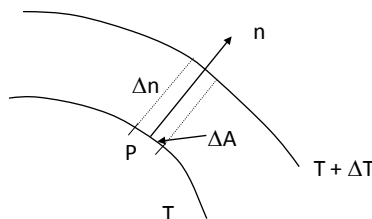
5

Si consideri allora su di una superficie isoterma alla temperatura  $T$ , un elemento di area  $\Delta A$  contenente un punto  $P$ . Considerando la normale  $n$  alla superficie in  $P$  e l'isoterma a temperatura  $T + \Delta T$ , che sulla normale identifica il segmento  $\Delta n$ , e trascurando il flusso termico disperso lateralmente dal cilindro di base  $\Delta A$  ed altezza  $\Delta n$  così identificato si può scrivere:

$$Q = -\lambda \cdot \Delta A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta n} = -\lambda \cdot \Delta A \cdot \frac{\partial T}{\partial n}$$

Il flusso termico specifico  $q$ , al tendere a zero dell'area  $\Delta A$ , diviene:

$$q^* = -\lambda \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{Q}{\Delta A} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}$$



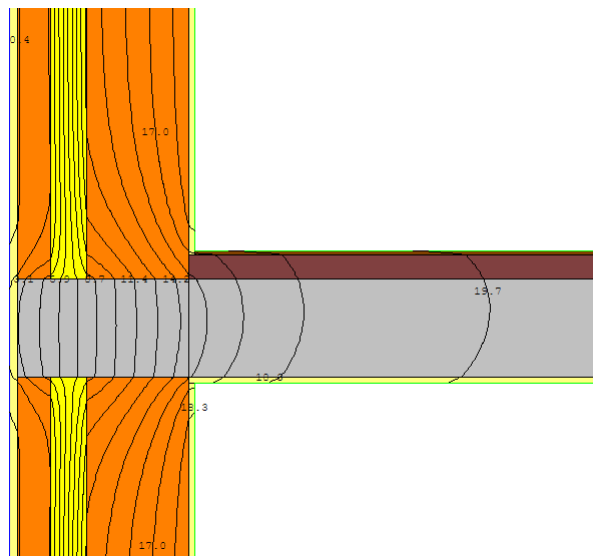
Francesca Cappelletti

6

A partire da tale relazione, per il fatto che il flusso termico è un vettore diretto *normalmente* alla superficie considerata, la relazione precedente può essere scritta in termini vettoriali, e per unità di area, si ha:

$$q^* = -\lambda \nabla T = -\lambda \left[ \vec{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial T}{\partial z} \right]$$

in cui i, j, k sono i versori dei tre assi cartesiani ortogonali. E' evidente che, in questo caso,  $q^*$  è il flusso specifico che si misura in  $W/m^2$ .



## Il coefficiente di conducibilità termica

- $\lambda$  corrisponde ad una **proprietà del materiale considerato che viene detta conducibilità termica e si misura in [W/ (m K)]**
- Essa descrive il comportamento del materiale per quanto riguarda la sua **attitudine a trasmettere il calore**
- Il valore del *coefficiente di conducibilità termica*  $\lambda$  delle diverse sostanze varia entro limiti larghissimi, dipende dallo stato del materiale e può variare con la temperatura, la pressione e gli eventuali trattamenti termici che il materiale ha subito.
- In generale:

$$\lambda_{\text{gas}} < \lambda_{\text{liquidi}} < \lambda_{\text{solidi}}$$

$$\lambda_{\text{organici}} < \lambda_{\text{inorganici}}$$

$$\lambda_{\text{non metalli}} < \lambda_{\text{metalli}}$$

$$\lambda_{\text{solidi amorfi}} < \lambda_{\text{solidi cristallini}}$$

Francesca Cappelletti

9

## Conducibilità termica per alcuni materiali $\lambda$ [W/(m K)]

Acqua		
liquido	0,6	W/ (m K)
ghiaccio	1,8	W/ (m K)
<b>Legno</b>	0,15	W/ (m K)
<b>Balsa</b>	0,055	W/ (m K)
<b>Aria</b>	0,026	W/ (m K)
Materiali isolanti		
Polistirolo espanso	0,024	W/ (m K)
Sughero espanso	0,036	W/ (m K)
<b>Lana di vetro</b>	<b>0,04</b>	<b>W/ (m K)</b>
<b>Fibra di vetro</b>	<b>0,035</b>	<b>W/ (m K)</b>
Materiali da costruzione		
Calcestruzzo	0,8 ÷ 1,4	W/ (m K)
Mattoni di argilla	1,0 ÷ 1,2	W/ (m K)
Marmo	2,8	W/ (m K)
Sabbia	0,27	W/ (m K)
Terreno	0,52	W/ (m K)
<b>Alluminio</b>	200	W/ (m K)
<b>Vetro</b>	1,4	W/ (m K)
<b>Grafite</b>	1950	W/ (m K)]
<b>Diamante</b>	2300	W/ (m K)

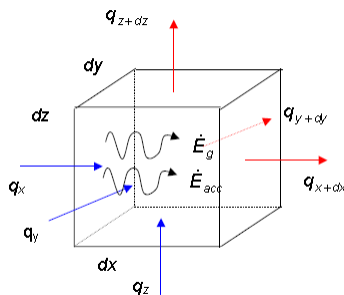
Francesca Cappelletti

10

## L'Equazione Generale della conduzione

Si consideri un mezzo omogeneo in cui esistano gradienti di temperatura  $T(x, y, z)$

Considero una superficie di controllo infinitesima nel mezzo:

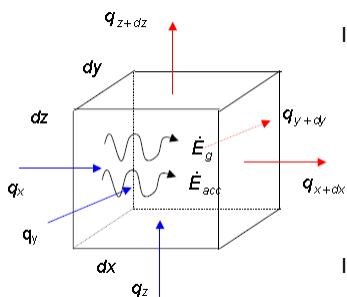


La forma generale dell'equazione di conservazione dell'energia fornisce:

$$(q_x + q_y + q_z) + \dot{E}_g - (q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz}) = \dot{E}_{st}$$

Francesca Cappelletti

11



I flussi termici in ingresso sono:

$$q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dy dz$$

$$q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} dx dz$$

$$q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} dy dx$$

I flussi termici in uscita sono:

$$q_{x+dx}^* = q_x^* + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx$$

$$q_{y+dy}^* = q_y^* + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy$$

$$q_{z+dz}^* = q_z^* + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz$$

Ipotizzando che  $H$  sia la generazione di potenza termica per unità di volume [ $W/m^3$ ], la potenza termica generata internamente è:

$$\dot{E}_g = H dx dy dz$$

La **potenza termica immagazzinata** sarà determinata dalla variazione della temperatura nel tempo  $\tau$  per il calore specifico  $c$  del materiale (se solido  $c = c_p$ ), ovvero pari alla variazione temporale dell'energia interna  $U$  della sostanza:

$$\dot{E}_{st} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} dx dy dz$$

12

L'Equazione generale della conduzione, diviene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + H = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

Se  $\lambda$  è costante (mezzo omogeneo ed isotropo), è possibile rendere l'equazione nella forma (equazione di Fourier):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{H}{\lambda} = \frac{\rho c_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial \tau}$$

Con il termine  $\lambda/(c_p \rho)$  è designata la **diffusività termica** che, nel Sistema Internazionale si misura in  $[m^2/s]$  ed è indicata in letteratura con il simbolo "a".

La **diffusività termica** di un materiale può essere vista come la **capacità che ha un materiale di condurre energia termica, rispetto alla sua capacità di accumulare energia**. Un alto valore di diffusività termica indica una veloce propagazione dell'energia termica, mentre un valore basso, indica che nel materiale è preponderante l'accumulo.

Se il regime è stazionario, la dipendenza dal tempo  $\tau$  viene eliminata; la relazione diviene (equazione di Poisson):

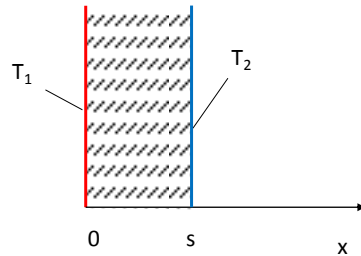
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{H}{\lambda} = 0$$

Senza generazione interna, si ottiene una forma più semplice (equazione di Laplace):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

## Alcune soluzioni dell'Equazione Generale della conduzione

### Strato piano semplice



Ipotesi:

- assenza di generazione di calore:  $H=0$
- regime stazionario:  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0$
- Inoltre per il materiale considerato si possa ragionevolmente supporre  $\lambda$  indipendente dalla temperatura: Nel caso indicato vale la relazione:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

Per una tale configurazione geometrica, nell'ipotesi che lo strato sia indefinitamente esteso nelle direzioni  $y$  e  $z$ , si posso ritenere:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

Francesca Cappelletti

15

La temperatura dipende solamente dalla variabile  $x$ ; posso pertanto scrivere:

$$\frac{d^2 T}{d x^2} = 0$$

che risolta permette di ottenere:

$$T(x) = C_1 x + C_2$$

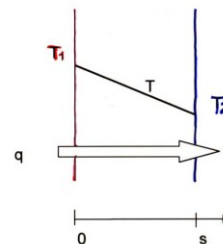
Fissati i seguenti valori per le condizioni al contorno (di primo tipo sulla temperatura):

$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow T = T_1 \\ x = s &\Rightarrow T = T_2 \end{aligned}$$

ottengo il seguente andamento della temperatura:

$$T = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{s} \cdot x$$

L'andamento della temperatura è pertanto rettilineo.



Francesca Cappelletti

16



Il *flusso termico specifico*  $q^*$ , per la Legge di Fourier, è valutabile da:

$$q^* = -\lambda \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda}{s} \cdot (T_1 - T_2) \quad q^* = \frac{(T_1 - T_2)}{\frac{s}{\lambda}} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{t,cond}}$$

$R_{t,cond}$  è stata indicata, in analogia con la legge di OHM per le reti resistive elettriche, la **resistenza termica di conduzione**:

$$R_{t,cond} = \frac{s}{\lambda} \quad [\text{K m}^2/\text{W}]$$

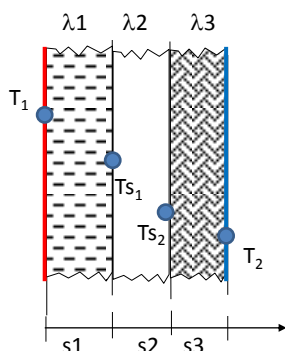
- Minore risulta la conducibilità termica del materiale  $\lambda$ , maggiore risulta la resistenza termica dello strato.
- Maggiore risulta lo spessore dello strato maggiore risulta la resistenza termica dello strato.

Francesca Cappelletti

17

### Strato piano multiplo

sistema costituito da più strati piani di area A



Ipotesi:

- regime stazionario, senza generazione interna di calore
- strati di spessore  $s_1, s_2, s_3, \dots, s^n$  [m], con conducibilità  $\lambda^1, \lambda^2, \dots, \lambda^n$
- temperature  $T_1$  e  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ) sulle due facce estreme;

Non essendovi generazione interna di energia termica, il flusso termico  $Q^*$  che attraversa i singoli strati piani è lo stesso e si ha:

$$q^* = \frac{(T_1 - T_{s1})}{\frac{s_1}{\lambda_1}} = \frac{(T_{s1} - T_{s2})}{\frac{s_2}{\lambda_2}} = \frac{(T_{s2} - T_2)}{\frac{s_3}{\lambda_3}}$$

Francesca Cappelletti

18

Sottraendo membro a membro ciascun termine si ha:

$$q^* = \frac{(T_1 - T_2)}{\sum_{i=1}^3 \frac{s_i}{\lambda_i}} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{totale}}$$

in cui la resistenza totale di conduzione dei tre (o N) strati è calcolabile come:

$$R_{totale} = \sum_{i=1}^3 \frac{s_i}{\lambda_i} \quad \left[ \frac{m^2 K}{W} \right]$$

Di utile applicazione è la determinazione delle temperature di interfaccia  $T^{s1}$  e  $T^{s2}$ .  
 Facendo il rapporto tra le due relazioni viste si ricava:

$$\frac{(T_1 - T_{s1})}{(T_1 - T_2)} = \frac{\frac{s_1}{\lambda_1}}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3}} = \frac{R_{t,cond,1}}{R_{totale}}$$

Francesca Cappelletti

19

$$\frac{(T_1 - T_{s1})}{(T_1 - T_2)} = \frac{\frac{s_1}{\lambda_1}}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3}} = \frac{R_{t,cond,1}}{R_{totale}}$$

$$(T_1 - T_{s1}) = (T_1 - T_2) \cdot \frac{\frac{s_1}{\lambda_1}}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3}}$$

$$T_{s1} = T_1 - [(T_1 - T_2) \cdot \frac{\frac{s_1}{\lambda_1}}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3}}]$$

$$T_{s2} = T_{s1} - [(T_1 - T_2) \cdot \frac{\frac{s_2}{\lambda_2}}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \frac{s_3}{\lambda_3}}]$$

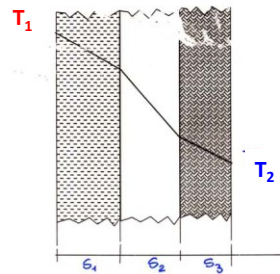
Francesca Cappelletti

20

In generale, per ciascuno strati i-esimo, si può ricavare la relazione:

$$\frac{\Delta T_i}{\Delta T_{tot}} = \frac{R_{t,cond,i}}{R_{totale}}$$

- se la resistenza di un singolo strato è elevata (ad esempio se il materiale è un isolante), la differenza tra le temperature alle estremità dello strato risulta elevata;
- Al contrario là dove la resistenza termica di conduzione è bassa, la differenza tra le temperature superficiali è ridotta.



Francesca Cappelletti

21

Si parla di **convezione termica** quando almeno uno dei due corpi che si scambiano calore è un fluido: il meccanismo che si instaura per lo scambio termico a livello microscopico è simile a quello di conduzione ma è caratterizzato dal *moto* macroscopico del fluido coinvolto.

La sostanziale differenza risiede nel fatto che, essendo il fluido in moto, al trasporto di energia dovuto alle interazioni molecolari si somma quello legato al moto macroscopico di materia.

La **convezione** viene detta **forzata** quando il moto è generato da un agente esterno che impone al fluido una certa velocità.

Alternativamente il moto può essere generato proprio dallo scambio termico in corso che, modificando le caratteristiche termofisiche del fluido ed in particolare la sua densità, origina uno spostamento di masse: si parla in questo caso di **convezione naturale**.

Francesca Cappelletti

22

equazione di Newton

$$q^* = h \cdot (T_\infty - T_s) \quad [W/m^2]$$

il coefficiente  $h$  è il *coefficiente di scambio termico locale per convezione*,  $[W/(m^2K)]$

$$q = h \cdot A \cdot (T_\infty - T_s) \quad [W]$$

fenomeno convettivo	fluido	$h$ $[W/(m^2K)]$
convezione naturale	aeriforme	0 -25
convezione forzata	aeriforme	25 -250
convezione naturale	liquido	20-1000
convezione forzata	liquido	50 -10 000
convezione con cambiamento di fase	liquido o vapore saturo	1500 -100000

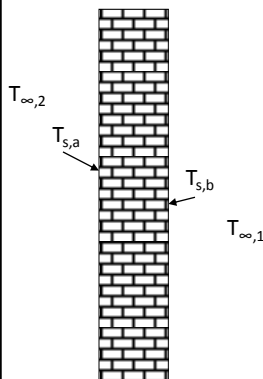
Francesca Cappelletti

23

La *resistenza termica di convezione*,  $R_{conv}$  è definita dalla relazione seguente

$$R_{conv} = \frac{1}{h} \quad \frac{1}{\frac{W}{m^2K}} = \left[ \frac{m^2K}{W} \right]$$

$$q = \frac{A \cdot (T_\infty - T_s)}{R_{conv}}$$



$$q = \frac{A \cdot (T_{\infty,2} - T_{s,a})}{R_{conv,2}} = \frac{A \cdot (T_{s,a} - T_{s,b})}{R_{cond}} = \frac{A \cdot (T_{s,b} - T_{\infty,1})}{R_{conv,1}}$$

$$q = \frac{A \cdot (T_{\infty,2} - T_{\infty,1})}{R_{conv,2} + R_{cond} + R_{conv,1}} = UA(T_{\infty,2} - T_{\infty,1})$$

Francesca Cappelletti

24

La **radiazione** deve essere intesa come trasporto di energia causato da fenomeni di oscillazione delle particelle elementari, di tipo volumetrico (gas) o superficiale (solidi e liquidi) e che possono essere descritti secondo le *equazioni* tipiche dei fenomeni ondulatori

$$\lambda \nu = c$$

$c$  = velocità della luce;

$$c_0 = 2,9976 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

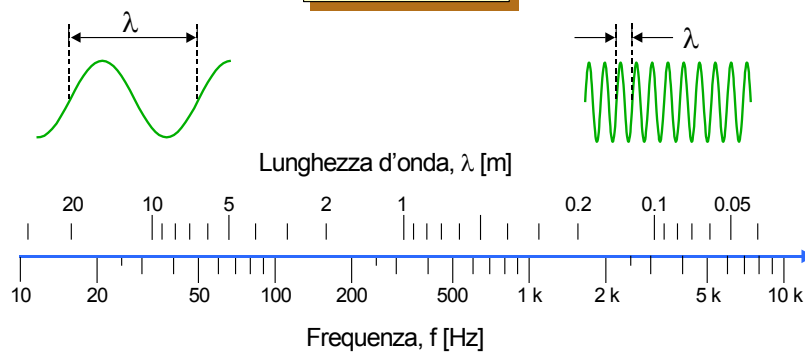
$\nu$  = frequenza [Hz]

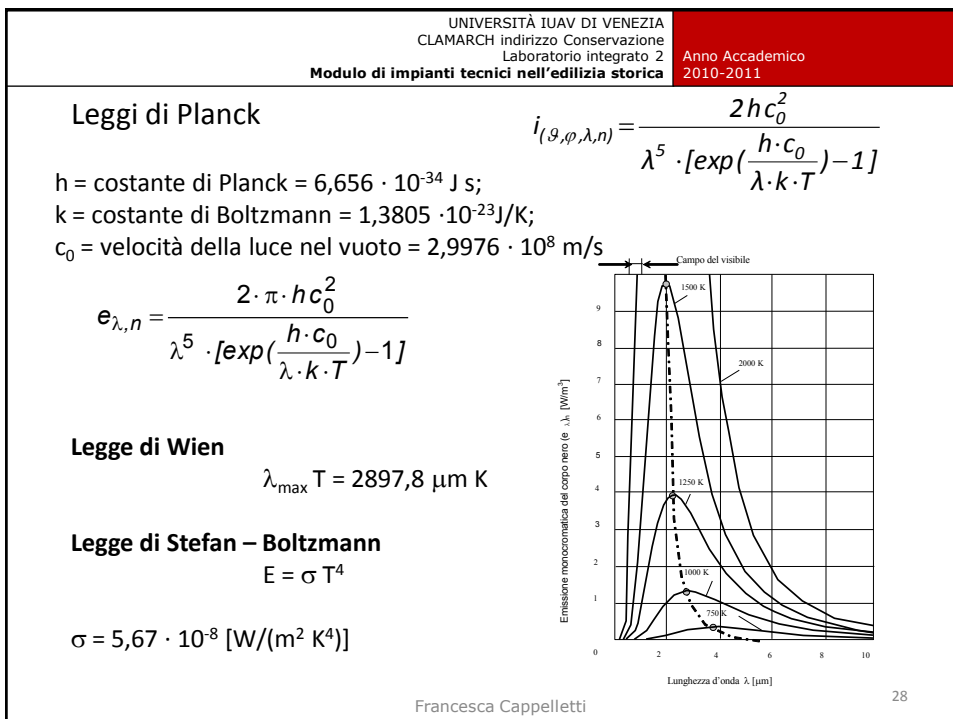
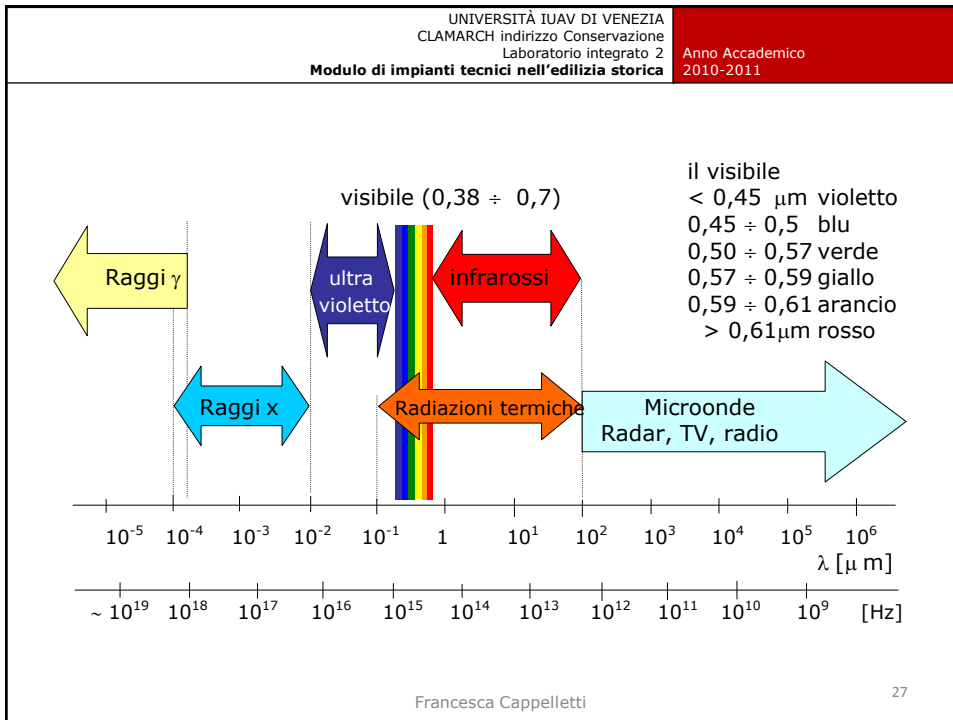
$$e = h \nu = h c / \lambda$$

Legge di Planck

$h$  = costante di Planck =  $6,625 \cdot 10^{-34}$  J s

$$\lambda = \frac{c}{f}$$





## Le superfici reali

Le superfici reali dal punto di vista radiativo presentano un comportamento diverso da quello del corpo nero.

Una superficie reale presenta un coefficiente di assorbimento minore dell'unità e variabile con la frequenza.

Dal punto di vista spaziale l'emissione e la riflessione dipendono dalla direzione della radiazione.

Una superficie reale presenta una emissione monocromatica e una emissione globale che non rispondono alle leggi di Planck e Stefan-Boltzmann.

Si introduce la grandezza **emissività**,  $\varepsilon$ , definita come il rapporto tra l'emissione globale del corpo considerato,  $E$ , e quella del corpo nero,  $E_n$ , alla stessa temperatura:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_n}$$

Potenza termica scambiata tra superfici nere:

$$q_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

Potenza termica scambiata tra superfici grigie

$$q_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{n,1} - E_{n,2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

Nel caso in cui

$$\begin{aligned} A_1 &= A_2 = A \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon_2 = \varepsilon \\ F_{1 \rightarrow 2} &= 1 \end{aligned}$$

$$q_{1 \rightarrow 2} = \frac{\sigma \cdot A \cdot \varepsilon (T_1^4 - T_2^4)}{2 - \varepsilon}$$

è il caso di due superfici affacciate

Se  $A_1 \ll A_2$   
 $F_{1 \rightarrow 2} \approx 1$

$$q_{1 \rightarrow 2} = \sigma \cdot A \cdot \varepsilon (T_1^4 - T_2^4)$$

è il caso di una superficie che emette in un ambiente molto grande.



*Il calore scambiato per radiazione è tanto più piccolo (a parità dei valori delle temperature superficiali) quanto minore è il valore del coefficiente di emissione superficiale (o dell'assorbimento)*

Materiale	Emissività normale
Oro lucidato	0,018
Rame lucidato	0,03
" ossidato	0,78
Alluminio	0,039
Argilla cotta	0,91
Intonaco, mattoni	0,93
Vetro	0,94
Acqua, ghiaccio	0,966
Cartone bitumato	0,93
Legno	0,935





UNIVERSITÀ IUAV DI VENEZIA  
CLAMARCH indirizzo Conservazione  
Laboratorio integrato 2  
**Modulo di impianti tecnici nell'edilizia storica**

Anno Accademico  
2010-2011

Polietilene di rivestimento  
Alluminio puro  
Foglio di polietilene  
Bolle d'aria in polietilene  
Foglio di polietilene  
Bolle d'aria in polietilene  
Foglio di polietilene  
Alluminio puro  
Polietilene di rivestimento

Spessore totale  $\cong 0,007$  m

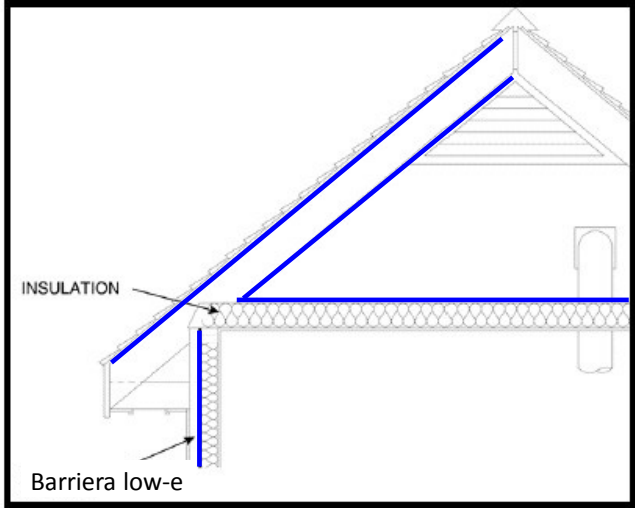
Francesca Cappelletti

34

UNIVERSITÀ IUAV DI VENEZIA  
CLAMARCH indirizzo Conservazione  
Laboratorio integrato 2  
**Modulo di impianti tecnici nell'edilizia storica**

Anno Accademico  
2010-2011

l'utilizzo di ricoprimenti riflettenti e/o basso-emissivi



INSULATION

Barriera low-e

Francesca Cappelletti

35