

DINAMICA 1

Forza

Leggi di Newton

Massa

Peso

Equilibrio statico

Centro di massa

Dinamica: significato

- La Dinamica studia le cause del moto; quindi risponde alla domanda: perché gli oggetti si muovono e come si muovono?
- Ciò che vedremo è che gli oggetti si muovono per effetto di interazioni reciproche.
- L'interazione tra corpi è identificata con una grandezza fisica: la FORZA.

Introduzione al concetto di Forza

L'esperienza della FORZA e delle sue conseguenze è da noi quotidianamente sperimentata.

- Solleviamo un oggetto
- Lanciamo un pallone
- Teniamo un libro sospeso con una mano
- Magnete e ferro
- ...

Le forze esistono quando due o più corpi interagiscono toccandosi o no.

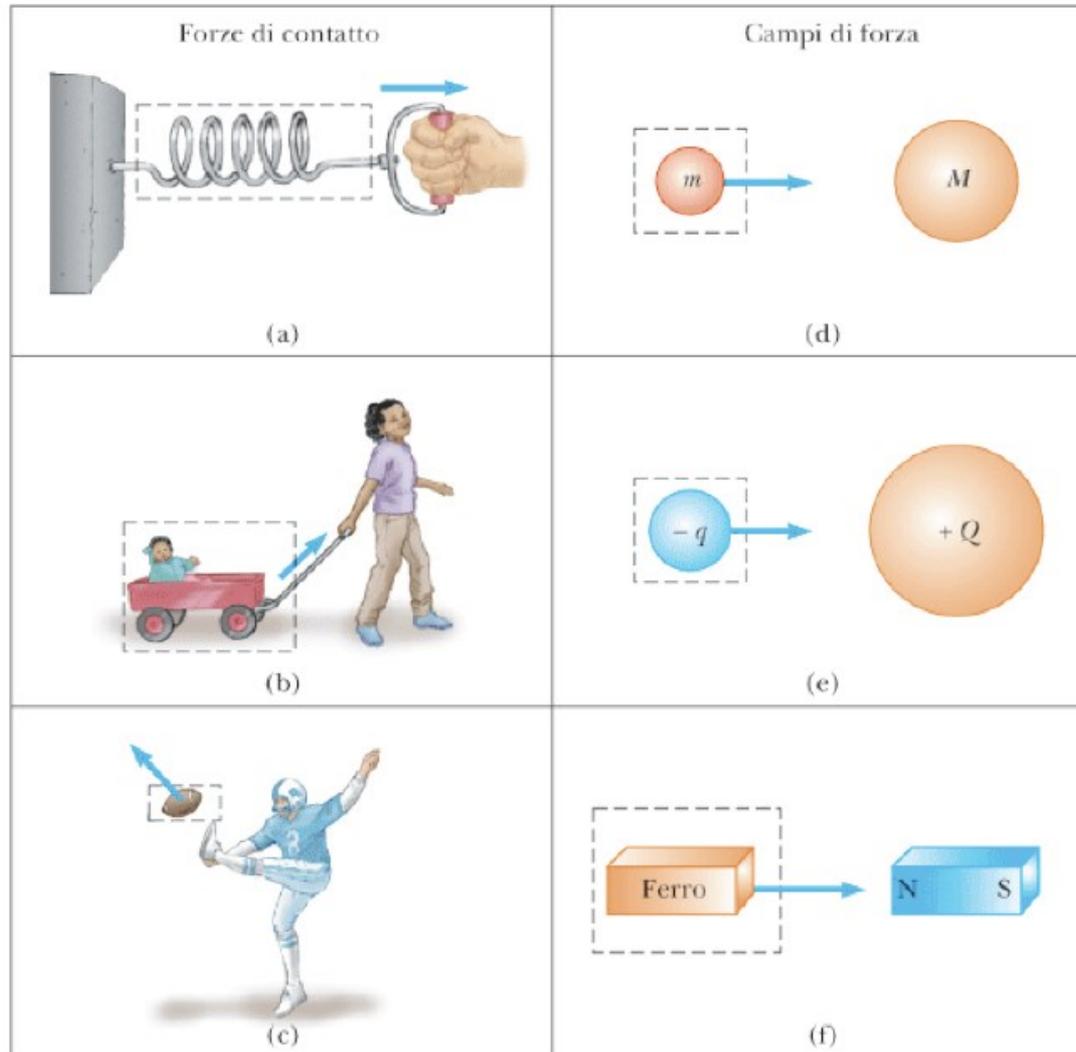
L'interazione di un corpo con l'ambiente o con altri corpi è esprimibile con il concetto di forza.

E questa interazione è causa del MOTO, oppure può impedire il MOTO.

Ad esempio il tavolo impedisce al libro di cadere; l'attrito può impedire il moto di un oggetto su un piano inclinato.

In altri casi la forza può deformare i corpi.

Introduzione al concetto di Forza

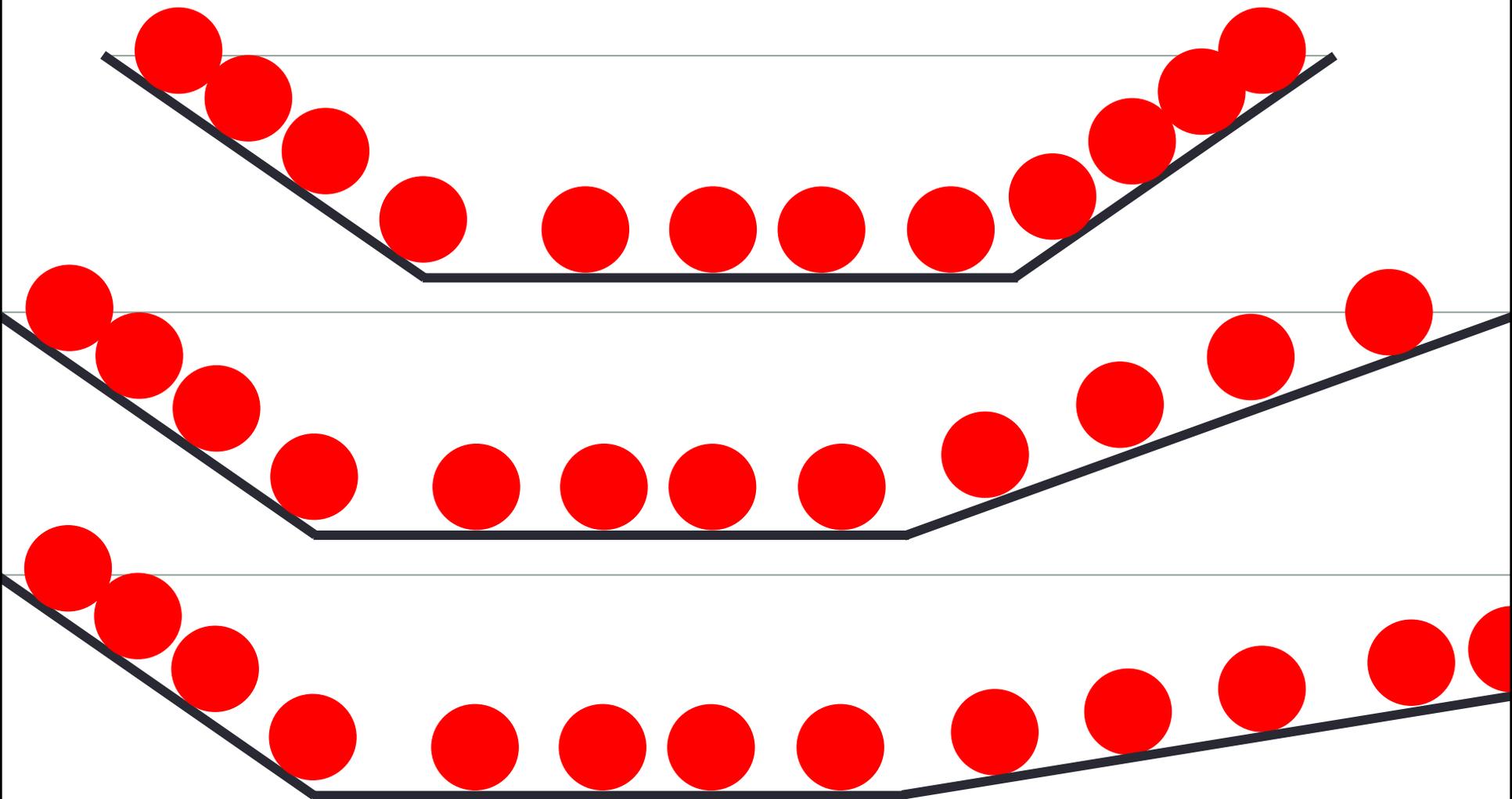


Introduzione al concetto di Forza

La **forza** può modificare lo stato di quiete o di moto di un corpo oppure può deformare i corpi.



L'esperienza di Galileo

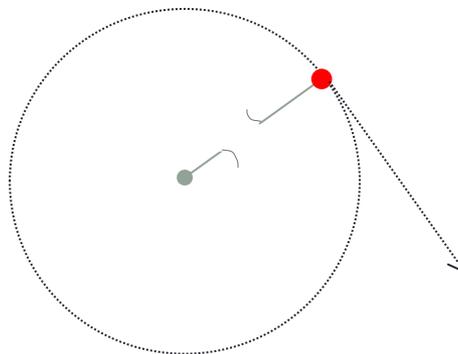
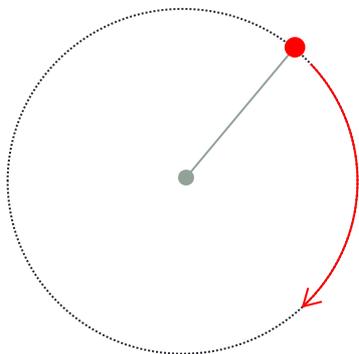


Principio di inerzia secondo Galileo

Un corpo non soggetto a forze permane nel suo stato di moto.

Attenzione! Questa affermazione non è sempre vera!

Pensiamo ad un oggetto legato con un filo ad un centro e che si stia muovendo attorno a questo centro con una traiettoria circolare con velocità costante. Il suo moto *permane* solo fintanto che qualcosa tiene l'oggetto vincolato alla sua traiettoria. Questo *qualcosa* è la **forza centripeta** sviluppata dal filo.



Se si rompe il filo, la palla prosegue di moto rettilineo lungo la traiettoria tangente alla circonferenza e con la velocità che possiede al momento della rottura

Prima Legge delle Dinamica

Fu Isaac Newton, alla fine del XVII secolo, a riformulare in modo esatto il principio di inerzia di Galileo. Tale principio è noto come Prima Legge di Newton. Esso descrive cosa succede al moto di un corpo quando non vi siano di interazioni.

«Un corpo permane in uno stato di quiete o di moto rettilineo uniforme ($v = \text{costante}$) quando è lasciato a se stesso (la risultante delle forze agenti su di esso è nulla)»

$$\text{se } \mathbf{F}_{\text{ris}} = 0 \text{ allora } \mathbf{a} = 0$$

N.B. Questo principio è valido all'interno di un *sistema inerziale* (cioè non accelerato rispetto alle stelle fisse).

Sistemi di riferimento inerziali

- Qualunque sistema di riferimento che si muova con velocità costante relativamente ad un sistema di riferimento inerziale è anch'esso un sistema inerziale.
- Un sistema di riferimento che si muova con velocità costante relativamente alle stelle lontane può essere considerato con buona approssimazione inerziale.
- Possiamo considerare la Terra un sistema inerziale, anche se ha una piccola accelerazione dovuta al suo moto.

Seconda Legge di Newton

A Newton si deve la formulazione quantitativa del legame tra forza e moto, che viene espressa nelle Seconda Legge di Newton.

«Un corpo soggetto a un sistema di forze la cui risultante sia diversa da zero è soggetto ad accelerazione»

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- È applicabile solo se la forza è la forza totale esterna
- Non si applica direttamente in questa forma se la massa non è costante

Unità di misura: kg m/s², che nel sistema SI è chiamato newton (N).

Seconda Legge di Newton

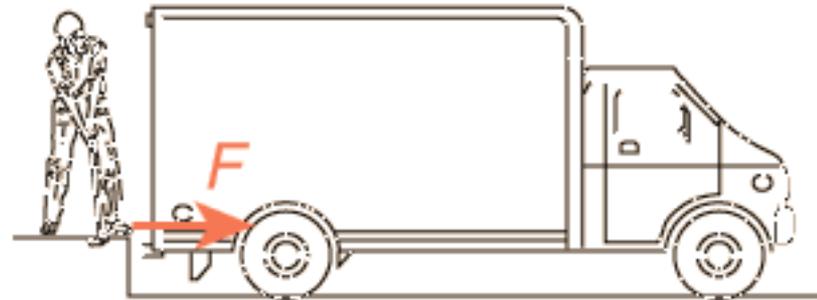
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

L'**accelerazione** di un oggetto è direttamente proporzionale alla **forza** che agisce su di esso e inversamente proporzionale alla sua **massa**.

Se la stessa forza agisce su oggetti di massa diversa:



$$\vec{F} = m\vec{a}$$



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Definizione di Massa

In meccanica classica il termine **massa** si può riferire a due diverse grandezze fisiche scalari, distinte tra loro:

- la **massa inerziale**, proporzionale all'inerzia di un corpo, che è la resistenza al cambiamento dello stato di movimento quando gli viene applicata una forza;
- la **massa gravitazionale**, proporzionale alla forza di interazione di un corpo con la forza gravitazionale;

La massa inerziale e quelle gravitazionali sono state sperimentalmente provate come equivalenti, anche se concettualmente sono distinte.

Definizione di Massa

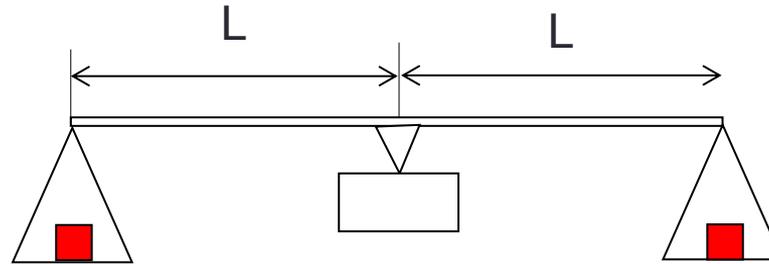
La massa esprime la quantità di materia che è contenuta in un corpo.

La massa è una grandezza *scalare*.

E' una delle grandezze fondamentali del Sistema Internazionale di Unità di Misura, la cui unità di misura è il kg.

Tutte le proprietà la cui entità dipende dalla massa si dicono **estensive** (per esempio il volume, la capacità termica..); quelle che non dipendono dalla massa si chiamano **intensive** (per esempio la temperatura, il volume specifico, il calore specifico..).

Definizione di Massa



Due corpi hanno uguale massa se, posti sui due piatti ai due capi di una *bilancia a braccia uguali*, questa rimane in equilibrio.

Si verifica sperimentalmente che, se la bilancia è in equilibrio in un luogo della terra, essa resta in equilibrio ovunque.

L'uguaglianza della massa è pertanto indipendente dal luogo geografico.

Massa o Peso?

- Tutti i corpi dotati di massa si attraggono tramite una forza denominata **forza gravitazionale** (F_g).
La Terra attrae quindi tutti i corpi materiali con una forza gravitazionale detta **forza di gravità** diretta verso il suo centro e pari, per la seconda legge di Newton, a

$$F_g = m g$$

dove g è l'accelerazione di gravità.

- Anche gli altri corpi celesti esercitano forze gravitazionali, ma l'accelerazione di gravità, che è direttamente proporzionale alla massa del corpo celeste e inversamente proporzionale al quadrato del suo raggio, assume valori differenti da quella sulla Terra
- Il modulo della forza gravitazionale esercitata dalla Terra su un corpo materiale si chiama anche **peso** del corpo, che quindi vale

$$P = | F_g | = | m g | = m g$$

- esso stabilisce un legame tra peso, misurato in newton, e massa di un corpo, misurata in chilogrammi.

Massa o Peso?

Riassumendo:

- La massa è una caratteristica intrinseca di ogni cosa; ogni corpo è dotato di massa
- Il peso è la forza con cui la Terra attira a sé ogni corpo dotato di massa
- In assenza di una forza gravitazionale un corpo è privo di peso, ma conserva la sua massa
- Il peso è dunque una forza e si misura in newton [N]
- **$P = mg$** >>>>> $1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$

Densità

- Video: prove di densità



L'olio galleggia sull'acqua e questa sul miele. Perché?

Proprietà dei materiali: densità differenti.

Principio fisico del comportamento dei fluidi: Principio di Archimede

Definizione di densità

Si definisce densità di un corpo, ρ , il rapporto tra la sua massa, m , e il suo volume, V .

Essa quantifica la massa dell'unità di volume.

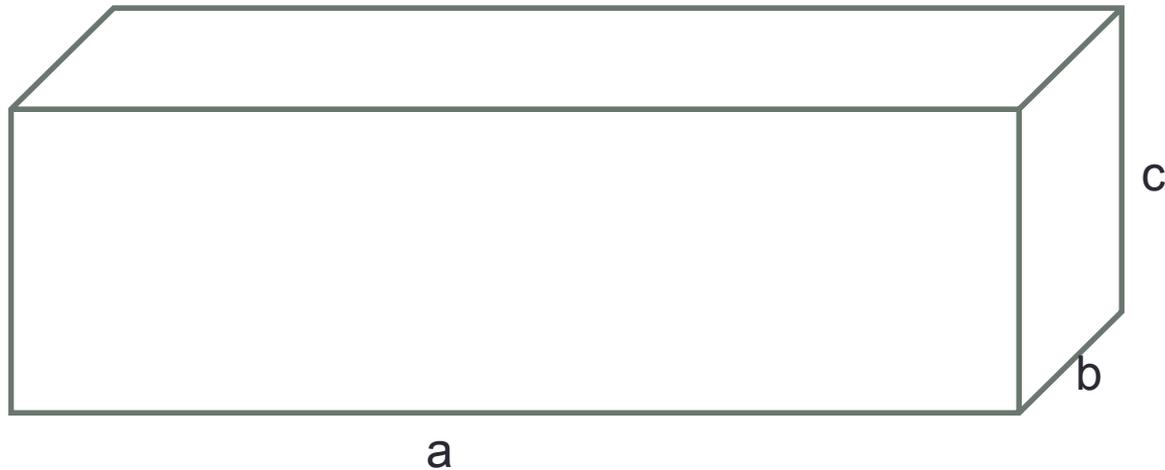
$$\rho = \frac{m}{V} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

E' utile considerare anche il suo inverso, ossia **il volume dell'unità di massa o volume specifico**, v , rapporto tra il volume, V , di un corpo e la sua massa m :

$$v = \frac{V}{m} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Volume

- Il volume è quella grandezza che individua la porzione di spazio occupata da una certa quantità di materia



- Grandezza derivata da quella fondamentale «lunghezza».
- Si misura in m^3

Valori di densità

$$\rho = \frac{m}{V}$$

| Sostanza | densità [kg/m ³] (293K) |
|---------------|--|
| aria | 1,21 |
| etanolo | 783 |
| petrolio | 820 |
| olio | 910 |
| acqua | 1000 |
| boro | 2500 |
| polietilene | 900 |
| policarbonato | 1200 |
| alluminio | 2700 |
| vetro | 2300 |
| acciaio | 7900 |
| ferro | 7870 |
| Rame | 8900 |
| piombo | 11340 |
| mercurio | 13560 |
| oro | 19300 |
| platino | 21450 |

Terza Legge di Newton

Non esistono in natura forze isolate. Infatti in tutti i fenomeni osservabili le forze si manifestano come interazione tra almeno due corpi: le forze nascono in coppia.

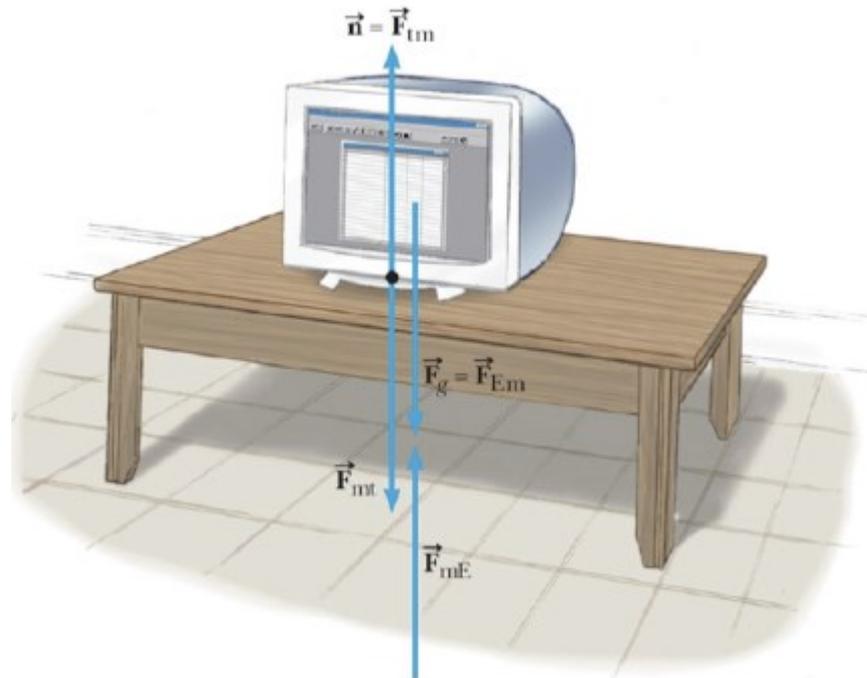
$$\vec{F}_{1-2} = -\vec{F}_{2-1}$$

«Se due corpi interagiscono, la forza $F_{1,2}$ che il corpo 1 esercita sul corpo 2 è uguale in modulo ma di verso opposto della forza $F_{2,1}$ che il corpo 2 esercita sul corpo 1»

Questo principio è noto come principio di azione e reazione.

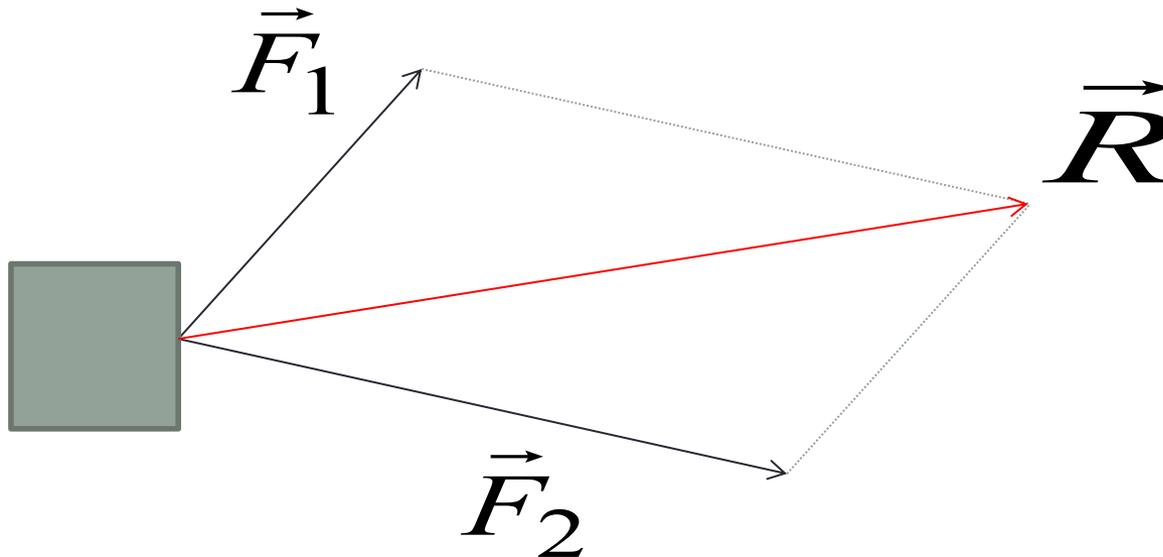
Esempio della terza legge di Newton

Il monitor che è appoggiato sul tavolo esercita una forza sul tavolo che a sua volta risponde con una reazione uguale e contraria.



Composizione di forze e risultante

- Se su uno stesso corpo agiscono più forze l'azione combinata di esse è la stessa che si avrebbe se al loro posto vi fosse un'unica forza data dalla somma delle forze in gioco. Quest'unica forza prende il nome di RISULTANTE.
- Come determiniamo la risultante delle forze? Qual è il suo punto di applicazione?

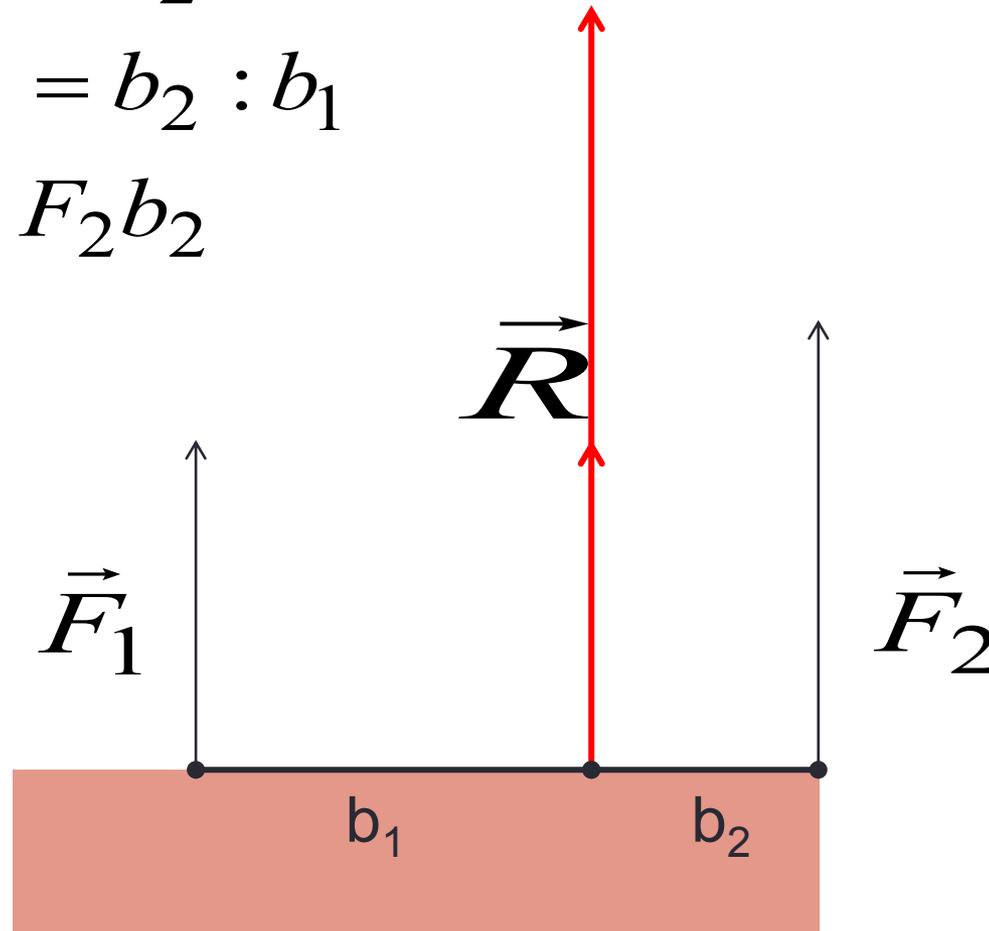


Composizione di forze e risultante: forze parallele concordi

$$R = F_1 + F_2$$

$$F_1 : F_2 = b_2 : b_1$$

$$F_1 b_1 = F_2 b_2$$

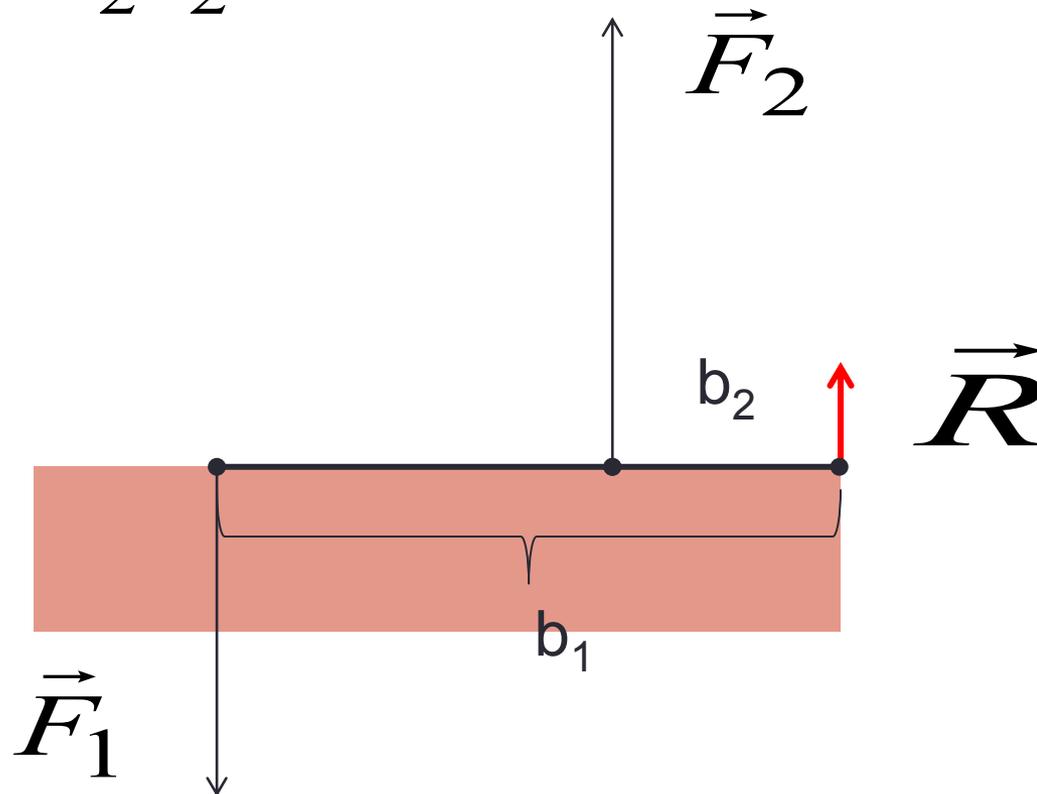


Composizione di forze e risultante: forze parallele discordi

$$R = F_2 - F_1$$

$$F_1 : F_2 = b_2 : b_1$$

$$F_1 b_1 = F_2 b_2$$



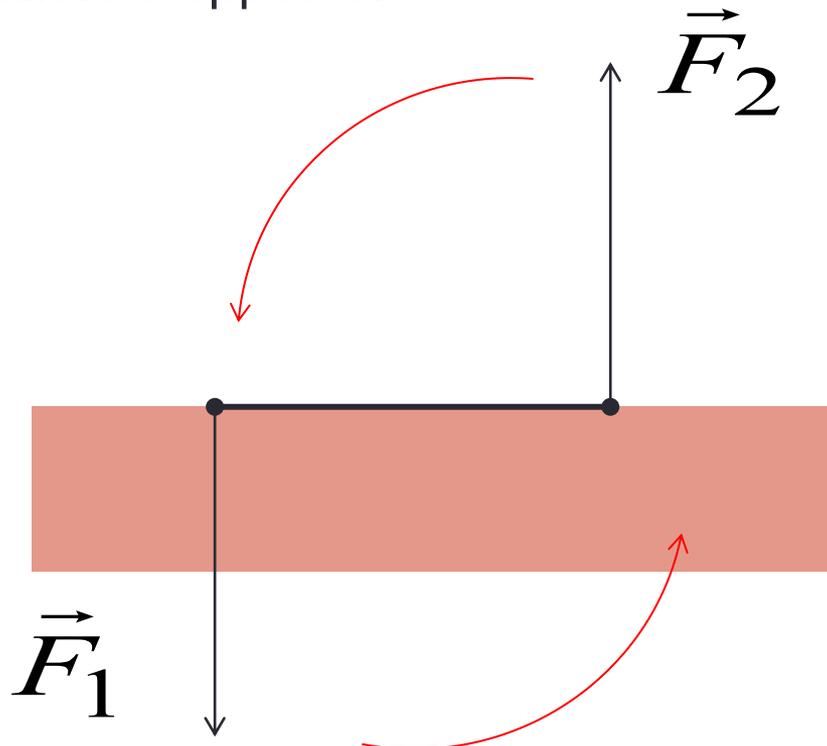
Composizione di forze e risultante: forze parallele discordi

se $F_1 = F_2$ allora $R = 0$

Sarà, dunque fermo?

NO!

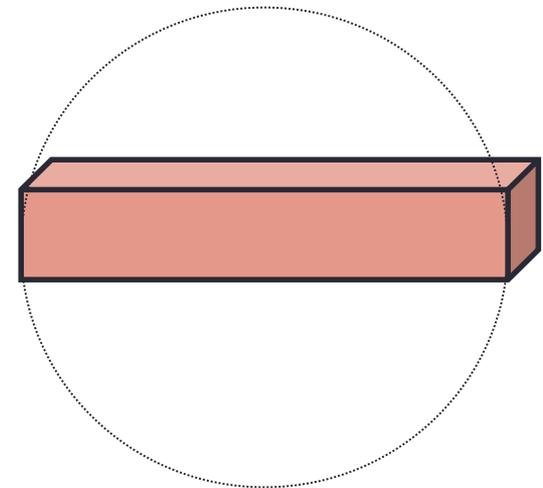
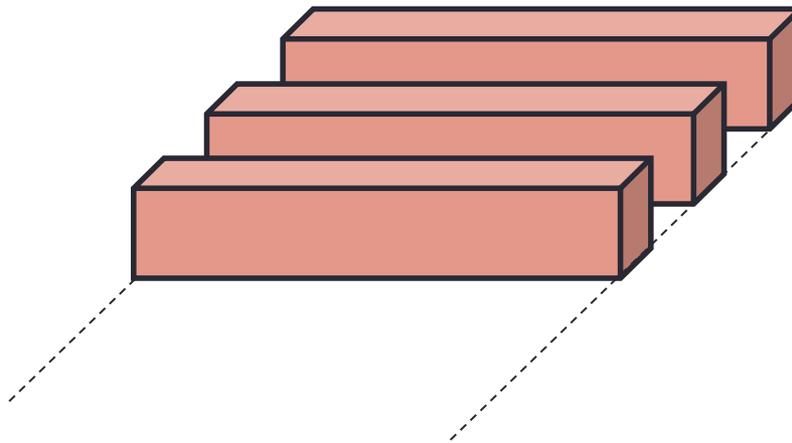
Il corpo può ruotare perché soggetto ad una coppia di forze uguali, parallele e opposte.



Movimenti di un corpo rigido libero o vincolato su un piano

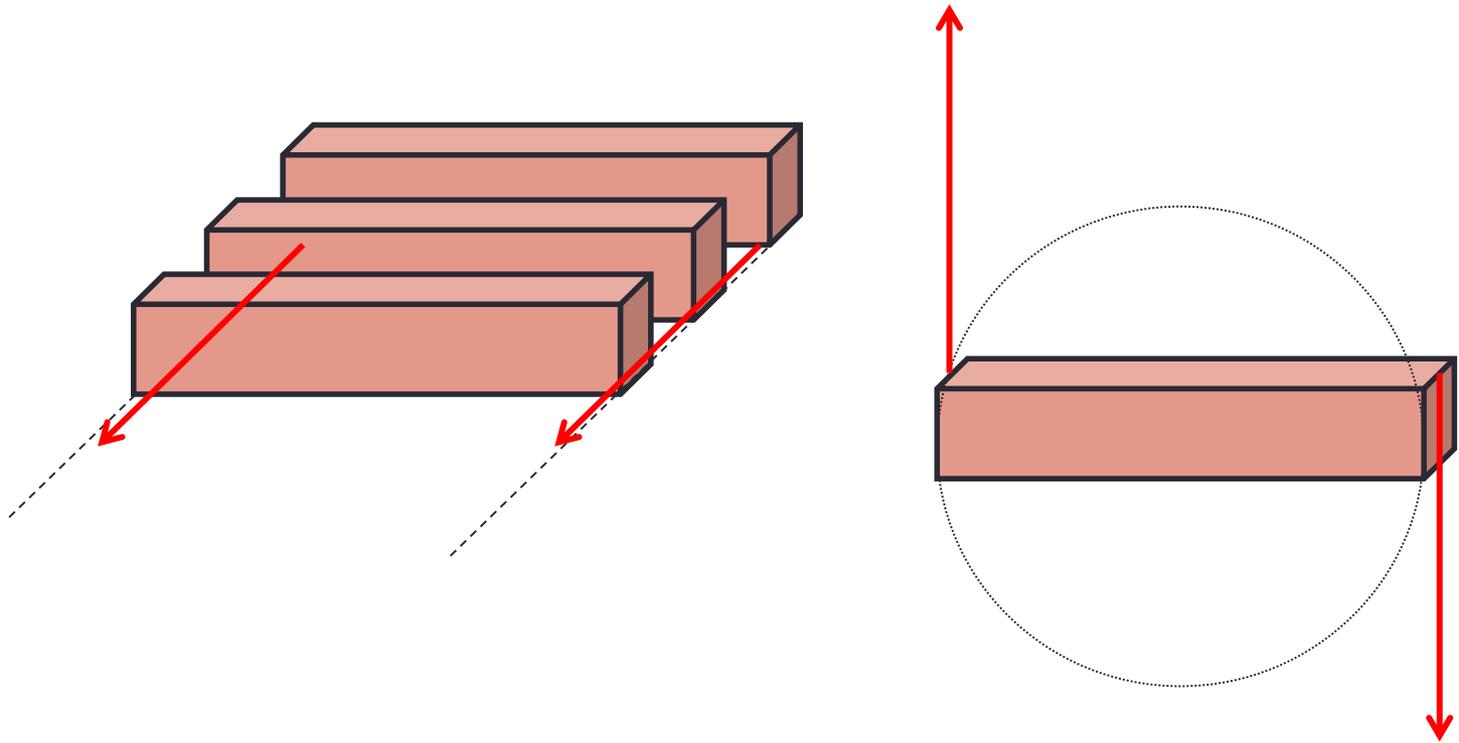
I movimenti che può fare un corpo rigido sono:

- Traslazione: i punti che costituiscono l'oggetto seguono traiettorie rettilinee e parallele
- Rotazione: i punti che costituiscono l'oggetto compiono traiettorie circolari

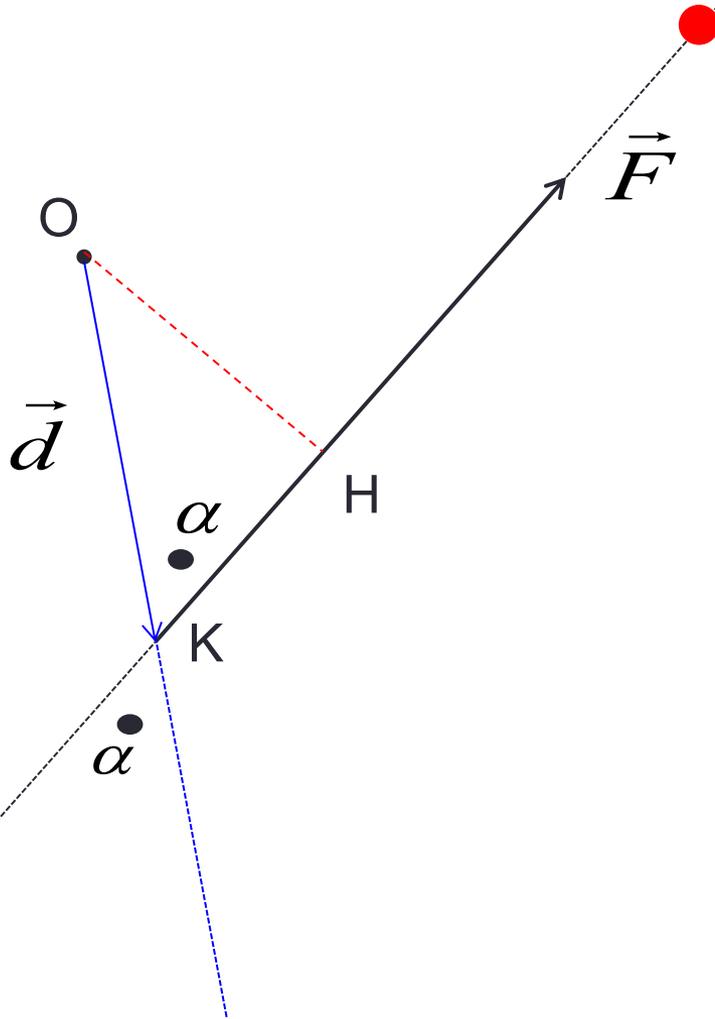


Movimenti di un corpo rigido libero o vincolato

- La traslazione è causata dall'azione di forze
- La rotazione è causata dall'azione di *coppie di forze* che generano dei *momenti* per cui diremo che il momento causa la rotazione



Momento di una forza rispetto ad un centro di rotazione



$$\vec{M}(O) = \vec{F} \times \vec{d}$$

$$M(O) = F d \sin \alpha$$

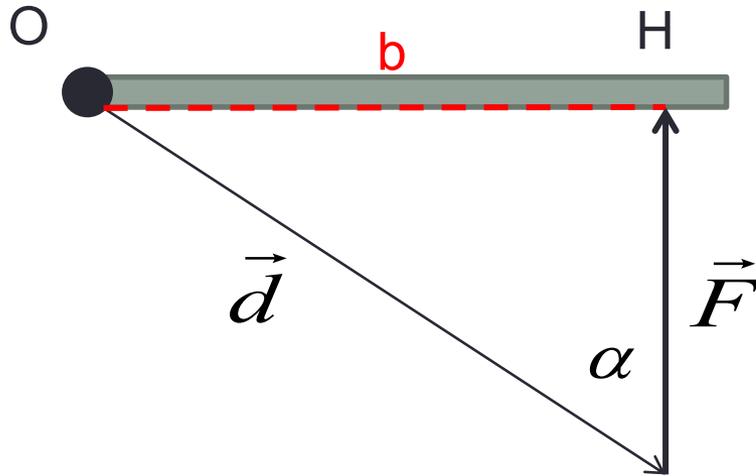
$$\overline{OH} = \overline{OK} \sin \alpha = d \sin \alpha$$

$$M(O) = F \overline{OH} \quad [N \cdot m]$$

OH prende il nome di «braccio» e rappresenta la distanza del centro di rotazione O dalla direzione della forza, distanza che va valutata con il segmento normale a tale direzione.

Pertanto possiamo dire che il momento di una forza rispetto ad un centro di rotazione è il prodotto della forza per il braccio.

Esempio di momento di una forza rispetto ad un centro di rotazione



$$\vec{M}(O) = \vec{F} \times \vec{d}$$

$$M(O) = F d \sin \alpha$$

$$\overline{OH} = \overline{OK} \sin \alpha = d \sin \alpha$$

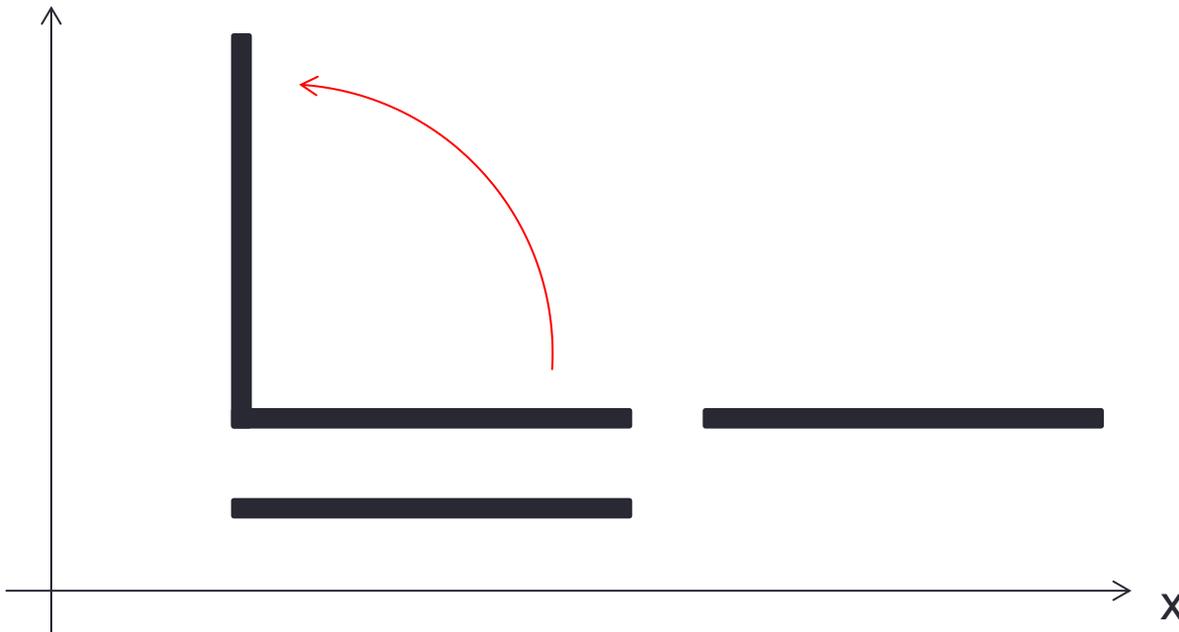
$$M(O) = F \overline{OH} = F b$$

Vogliamo aprire un cancello che quindi richiede l'applicazione di un momento ben preciso.

L'intensità della forza da applicare è sempre la stessa se spostiamo il punto di applicazione della forza?

Gradi di libertà

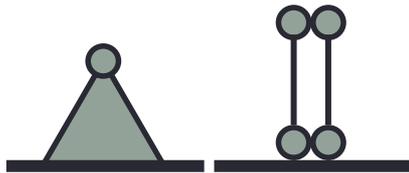
- Nel muoversi su di un piano il corpo ha 3 gradi di libertà:
 - traslazione nella direzione y
 - traslazione nella direzione x
 - rotazione attorno ad un centro di rotazione (o polo)
- Un corpo si dirà vincolato se viene limitato uno o più gradi della sua libertà di movimento



Tipi di vincoli



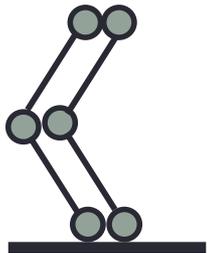
- Carrello/pendolo o biella: limita 1 grado di libertà; impedisce la traslazione in una direzione; consente la traslazione nell'altra direzione e la rotazione.



- Cerniera: limita 2 gradi di libertà; impedisce la traslazione nelle due direzioni; consente la rotazione
- Doppio pendolo: limita 2 gradi di libertà; impedisce la rotazione e la traslazione in una direzione



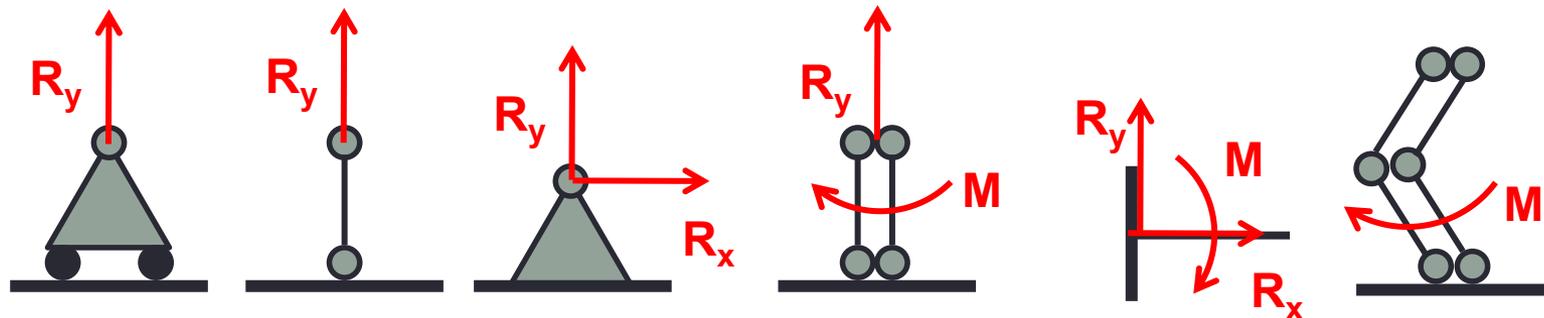
- Incastro: limita 3 gradi di libertà; impedisce la traslazione nelle due direzioni e la rotazione



- Doppio doppio pendolo: limita 1 grado di libertà; impedisce la rotazione

Reazioni vincolari

Per limitare il movimento i vincoli rispondono alle sollecitazioni esterne (= *forze esterne*) con delle forze dette *interne* che prendono il nome di *reazioni vincolari*.



Condizioni di equilibrio statico

- Per equilibrio statico si intende l'assenza di movimento.
- Un corpo è in equilibrio statico se non trasla né ruota.
- Un corpo rigido vincolato è in equilibrio statico se la risultante delle forze esterne e interne ad esso applicate è nulla e se la risultante dei momenti esterni e interni è nulla.
- Per poter verificare se un corpo sia o non sia in equilibrio statico dovranno pertanto essere verificate 2 condizioni:

1) *Equilibrio alla traslazione per ogni direzione:*

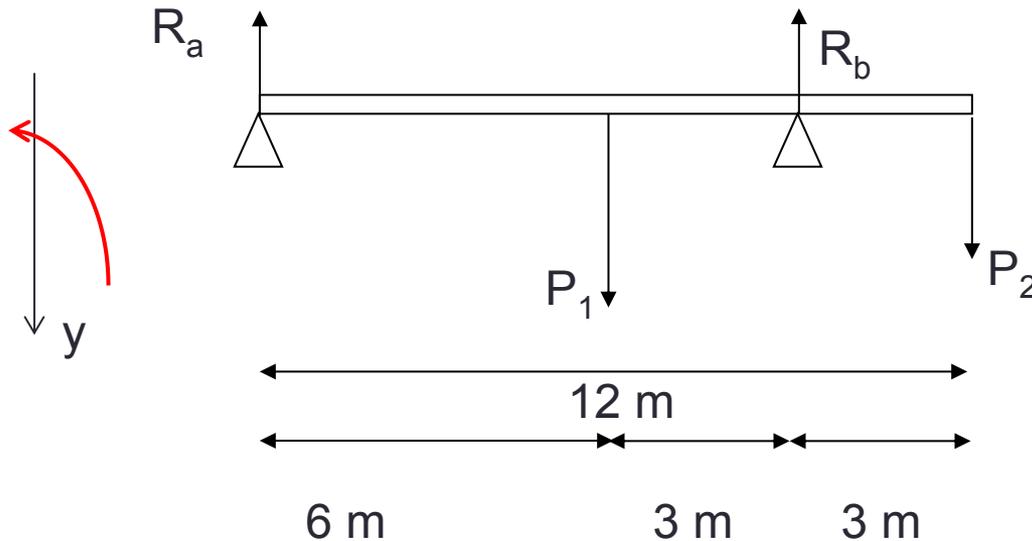
$$\sum F_{xe} + \sum F_{xi} = 0 \quad \sum F_{ye} + \sum F_{yi} = 0$$

2) *Equilibrio alla rotazione rispetto ad uno stesso centro di rotazione:*

$$\sum M_e + \sum M_i = 0$$

Esercizio

Determinare l'entità delle forze R_a e R_b che devono opporre i vincoli affinché la trave rimanga in equilibrio, sapendo che, P_1 è il peso della trave, la cui massa è pari a 20 kg e che P_2 è pari a 500 N.



$$P_1 = m \cdot g = 20 \times 9.81 = 196.2 \text{ N}$$

Condizione 1:

$$-R_a + 196.2 - R_b + 500 = 0$$

Condizione 2 rotazione rispetto A:

$$-P_1 \times 6 + R_b \times 9 - P_2 \times 12 = 0$$

$$9R_b = 1177.2 + 6000$$

$$R_b = 797.5 \text{ N}$$

$$-R_a + 196.2 - 797.5 + 500 = 0$$

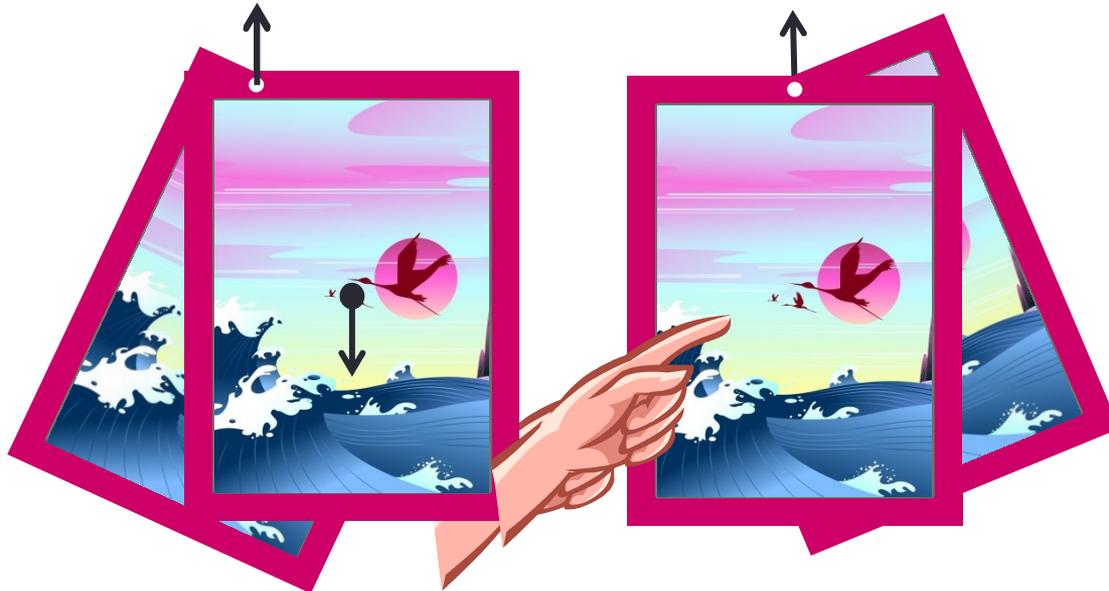
$$R_a = -101.3 \text{ N}$$

Centro di massa: premessa

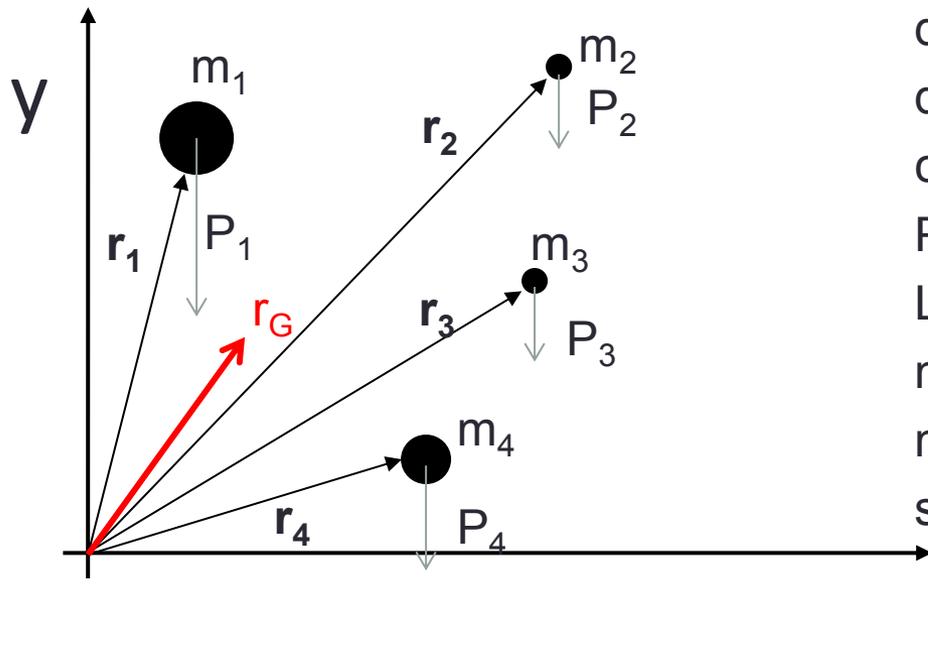
Consideriamo un oggetto soggetto alla sola forza di gravità (o forza peso): vogliamo tenerlo in equilibrio applicando una sola forza contraria ad esso.

Dove dovremo applicare tale forza?

Per rispondere dobbiamo sapere dove è applicata la **forza peso** dell'oggetto. Il punto di applicazione della forza peso di un oggetto avente una propria massa distribuita in un certo volume prende il nome di **centro di massa o baricentro**.



Sistema discreto di masse



Il punto di applicazione della forza peso P dell'intero sistema può essere determinato dalla composizione delle singole forze considerate parallele tra loro.

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)g$$

La posizione del centro di massa è una media pesata delle posizioni delle singole masse ponderata rispetto alle masse stesse.

La posizione del centro di massa può essere individuata attraverso il raggio vettore oppure le sue coordinate cartesiane:

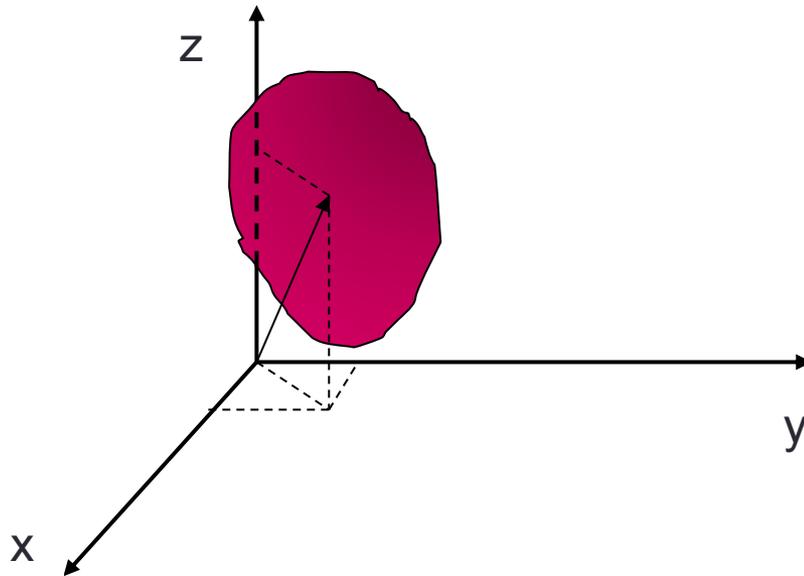
$$\mathbf{r}_G = (m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2 + m_3 \mathbf{r}_3 + m_4 \mathbf{r}_4) / (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$$

$$x_G = (m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4) / (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$$

$$y_G = (m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4) / (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$$

Sistema continuo tridimensionale

Se è nota la densità ρ delle singole particelle di massa dm , è possibile ricavare la posizione del centro di massa G rispetto ad un sistema di assi cartesiani coordinati x y z , come:



$$x_G = \frac{\int x dm}{m} = \frac{\int \rho x dV}{v}$$

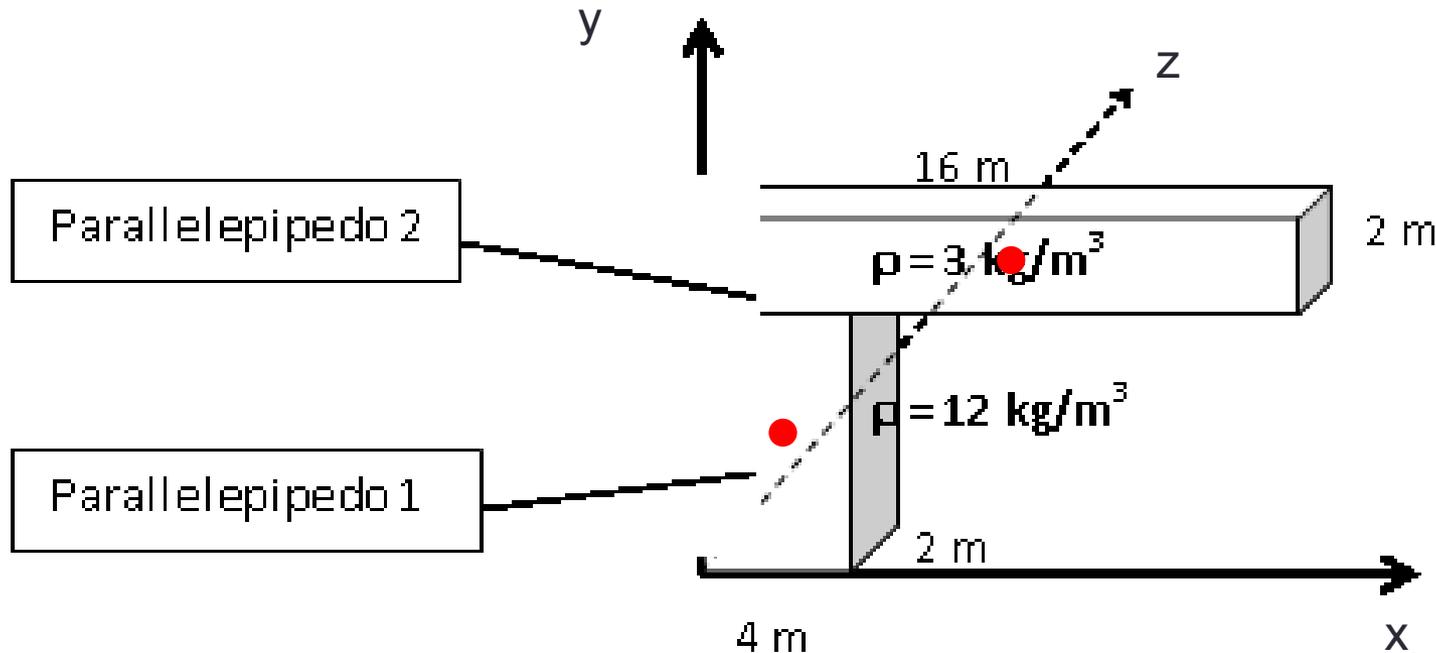
$$y_G = \frac{\int y dm}{m} = \frac{\int \rho y dV}{v}$$

$$z_G = \frac{\int z dm}{m} = \frac{\int \rho z dV}{v}$$

Se l'oggetto è omogeneo (la densità non cambia punto per punto) il CM coincide con il centro geometrico dell'oggetto. Se l'oggetto ha una forma geometrica semplice quindi si può evitare qualunque calcolo di integrali.

Esempio

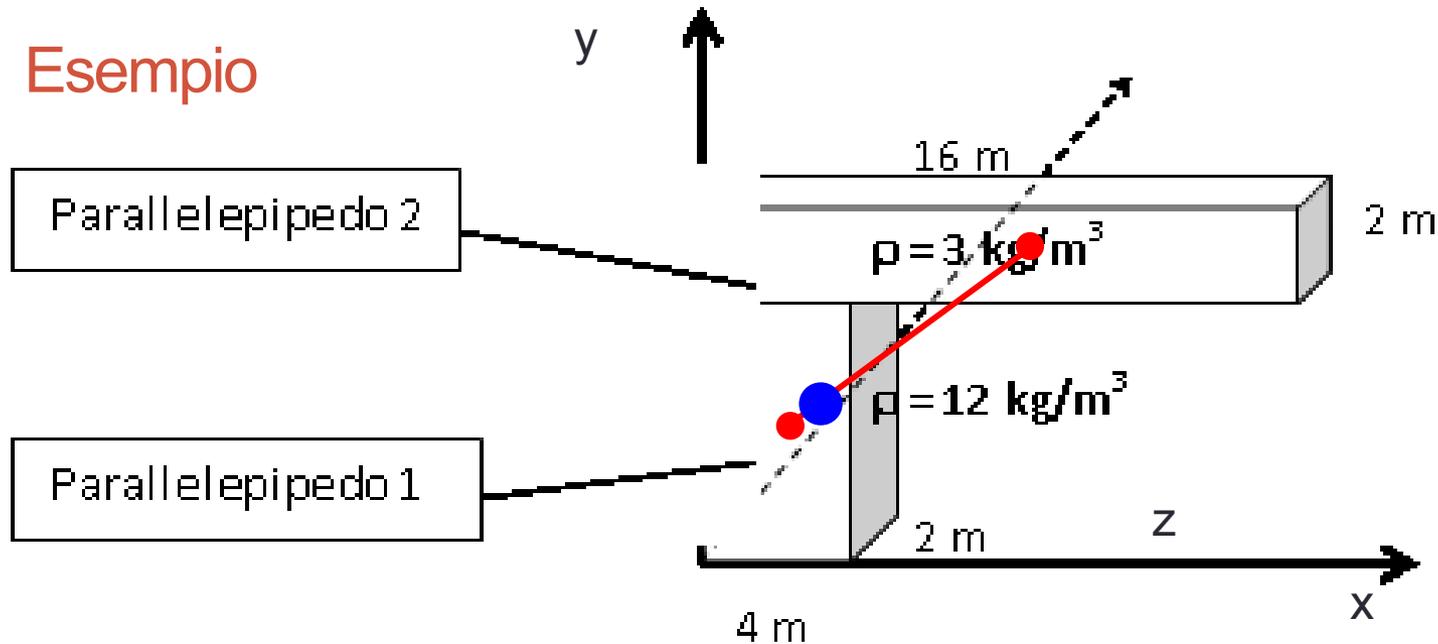
Determinare la posizione del centro di massa del seguente oggetto calcolandone le coordinate x , y , z sapendo che il centro di massa del parallelepipedo 1 ha le seguenti coordinate ($x_1 = 2$; $y_1 = 4$; $z_1 = 1$) e il parallelepipedo 2 ha coordinate in ($x_2 = 8$; $y_2 = 9$; $z_2 = 1$)



$$x_G = (x_1 m_1 + x_2 m_2) / (m_1 + m_2)$$

$$y_G = (y_1 m_1 + y_2 m_2) / (m_1 + m_2)$$

Esempio



$$x_G = (x_1 m_1 + x_2 m_2) / (m_1 + m_2) = (2 \times 768 + 8 \times 192) / 960 = 3.2$$

$$y_G = (y_1 m_1 + y_2 m_2) / (m_1 + m_2) = (4 \times 768 + 9 \times 192) / 960 = 5$$

$$z_G = (z_1 m_1 + z_2 m_2) / (m_1 + m_2) = (1 \times 768 + 1 \times 192) / 960 = 1$$

$$m_1 = \rho_1 V_1 = 12 (4 \times 2 \times 8) = 12 \times 64 = 768 \text{ kg}$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = 3 (16 \times 2 \times 2) = 3 \times 64 = 192 \text{ kg}$$