

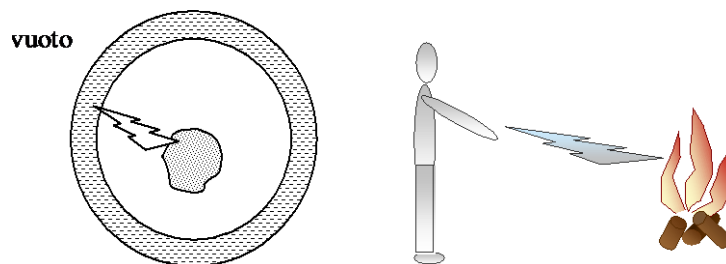
## Lo scambio termico per radiazione

### 10.1 Introduzione

Si consideri un corpo collocato in un ambiente in cui è stato fatto il vuoto e le cui pareti si trovino ad una temperatura superficiale uniforme di valore inferiore; dopo un po' di tempo si potrà constatare che il corpo si è raffreddato e ha raggiunto l'equilibrio termico con le pareti (figura 10.1). Si è verificato uno scambio di calore che, data l'assenza di materia nello spazio tra il corpo considerato e le pareti, si può affermare non essere avvenuto né per conduzione né per convezione.

Allo stesso modo se ci si pone di fronte ad un falò o ad un caminetto acceso la superficie del nostro corpo aumenta la sua temperatura. Lo scambio di calore non è avvenuto per conduzione dato che non c'è stato contatto con la sorgente di calore, ma neppure per convezione perché l'aria a contatto con il corpo umano, eventualmente riscaldata dal fuoco, è più fredda di esso.

I due esempi mettono in evidenza come esista un ulteriore meccanismo di trasmissione del calore che non richiede contatto tra i corpi e neppure un supporto materiale dato che può avvenire anche nel vuoto. Esso viene definito **radiazione termica** o **irraggiamento**.



**Figura 10.1.** Scambio termico per irraggiamento.

In generale, si può affermare che i corpi emettono energia nello spazio generando campi elettrici e magnetici che si propagano nello spazio. Questa propagazione viene descritta in termini di **onde elettromagnetiche** ossia di campi elettromagnetici in movimento con intensità variabile.

Come tutti i fenomeni ondulatori, anche quelli elettromagnetici sono caratterizzati dai due parametri: frequenza,  $\nu$ , e lunghezza d'onda,  $\lambda$ . Si ricordi che la frequenza corrisponde al numero di oscillazioni al secondo compiute dal campo elettromagnetico ed è misurata in hertz [ $\text{Hz} = 1/\text{s}$ ] in onore di R. Hertz (1857-1894), lo studioso che sperimentalmente evidenziò l'esistenza delle onde elettromagnetiche. La lunghezza d'onda individua invece la distanza tra due punti omologhi consecutivi dell'onda ed è misurata in [m] o utilizzando i suoi sottomultipli [nm] o [ $\mu\text{m}$ ]. Queste due grandezze sono poi legate tra loro attraverso la velocità di propagazione,  $c$ , dell'onda e vale la relazione:

$$\lambda = c / \nu \quad (10.1)$$

Nel caso delle onde elettromagnetiche la velocità di propagazione dipende dal mezzo di propagazione. Nel vuoto, tale velocità vale  $2,9976 \cdot 10^8$  m/s, valore che viene indicato con  $c_0$ . La

frequenza dipende invece solo dalla sorgente ed è indipendente dal mezzo in cui l'onda si propaga. Di conseguenza in base alla 10.1 la lunghezza d'onda può variare nel passaggio da un mezzo ad un altro dato che varia la velocità di propagazione.

Alcuni fenomeni che coinvolgono la radiazione elettromagnetica vengono spiegati interpretando la sua propagazione come un fenomeno con una duplice natura, ondulatoria e corpuscolare, in cui si propagano dei pacchetti discreti di energia, detti *fotoni o quanti*. L'energia trasportata dai fotoni varia in funzione della frequenza delle onde elettromagnetiche ad essi associate. Vale la relazione proposta da M. Planck (1858-1947), lo studioso che per primo propose il modello corpuscolare della radiazione:

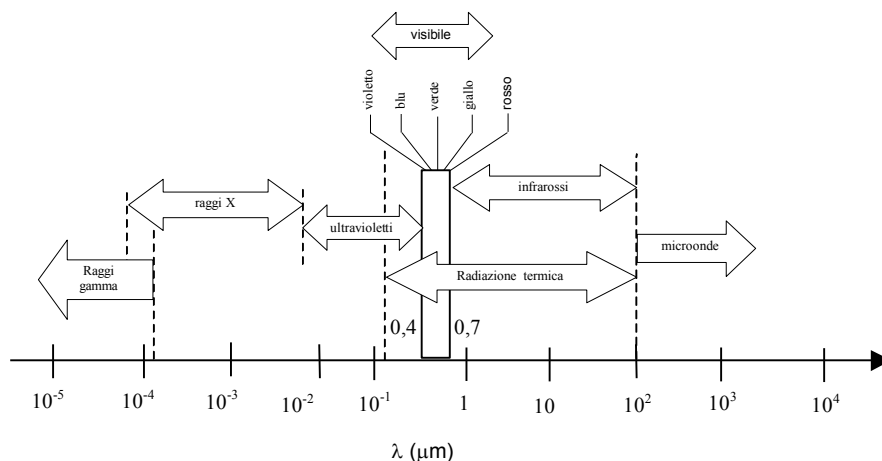
$$e = h \nu = h c / \lambda \quad (10.2)$$

Nella quale con  $h$  si è indicato quella che viene chiamata *costante di Planck* e vale  $6,625 \cdot 10^{-34}$  J s. Si noti che all'interno dello stesso mezzo, le radiazioni con piccola lunghezza d'onda trasportano più energia di quelle con lunghezza d'onda maggiore.

Le onde elettromagnetiche coprono un campo di lunghezze d'onda estremamente esteso che va da  $10^{-10}$  μm a  $10^{10}$  μm, all'interno del quale si possono individuare diverse famiglie in base ai rispettivi effetti e interazioni con la materia (figura 10.2). Infatti pur avendo la stessa natura le diverse onde differiscono molto nel comportamento al variare della lunghezza d'onda.

La radiazione elettromagnetica responsabile della trasmissione di calore, è detta **radiazione termica**. Nello spettro elettromagnetico, essa è concentrata in un campo di lunghezze d'onda che va da  $10^{-1}$  μm a  $10^2$  μm.

In tale campo, tra  $0,38$  μm e  $0,78$  μm, è compresa la radiazione a cui è sensibile l'occhio umano, che viene quindi detta **radiazione visibile** (Tabella 10.1). La radiazione termica non visibile con lunghezza d'onda inferiore a  $0,38$  μm viene detta **ultravioletta** mentre quella con lunghezza d'onda maggior di  $0,78$  μm, è detta **infrarossa**.



**Figura 10.2.** Lo spettro delle onde elettromagnetiche e le diverse bande di radiazioni.

**Tabella 10.1.** Suddivisione della banda visibile e relativi effetti cromatici.

Intervallo di lunghezze d'onda [μm]	Colore
0,38 ÷ 0,45	violetto
0,45 ÷ 0,50	Blu
0,50 ÷ 0,57	verde
0,57 ÷ 0,59	giallo
0,59 ÷ 0,61	arancio

0,61 ÷ 0,76	rosso
-------------	-------

Come è facile comprendere ricordando la (10.2), a causa della corta lunghezza d'onda la radiazione ultravioletta trasporta molta energia ed è perciò dannosa per i microrganismi e per gli esseri viventi. Lo strato di Ozono (O<sub>3</sub>) atmosferico funge da scudo protettivo riguardo a tali radiazioni provenienti dal sole: tale strato, infatti, assorbe le radiazioni che hanno lunghezze d'onda inferiori a 0,3 μm riducendo la quota di UV che arriva al suolo e, soprattutto, eliminandone la parte più pericolosa. La riduzione o la mancanza dello strato di ozono (buco dell'ozono) è pertanto un fenomeno estremamente pericoloso.

La radiazione emessa da corpi a temperatura ambiente si colloca nel campo dell'infrarosso, solo oltre 800 K i corpi iniziano ad emettere nel campo di lunghezze del visibile. Ad esempio, il filamento di Tungsteno di una lampadina ad incandescenza deve essere riscaldato a temperatura di oltre 2000 K per emettere radiazione visibile.

## 10.2 L'emissione di un corpo

In generale la radiazione emessa da una superficie deve essere descritta in termini spaziali (rispetto alla direzione) e spettrali (rispetto alla lunghezza d'onda). Si definisce *radiazione direzionale* quella emessa in una specifica direzione, mentre si dice *radiazione emisferica* quella emessa in tutte le direzioni. Si definisce poi *radiazione monocromatica* la radiazione caratterizzata da una sola lunghezza d'onda  $\lambda$ , mentre si identifica invece come *radiazione globale* la radiazione emessa dalla superficie a tutte le lunghezze d'onda. Per quanto riguarda l'individuazione di una direzione nello spazio vale la pena precisare alcuni elementi. Si consideri un elemento infinitesimo di area  $dA$  intorno al punto  $P$  in cui si ha una emissione di radiazione in una certa direzione (figura 10.3). Tale direzione di emissione può essere specificata definendo, gli angoli zenitale  $\theta$ , che essa forma con la normale alla superficie, e azimutale  $\phi$ , compreso tra la sua proiezione e una direzione scelta come fondamentale sul piano dell'elemento di area  $dA$  considerato. Si ricordi che per tali angoli valgono le seguenti posizioni:

$$0 \leq \phi \leq 2\pi; \quad 0 \leq \theta \leq \pi/2.$$

Individuata la direzione, attorno ad essa è utile considerare una porzione di spazio elementare identificata dall'angolo solido  $d\omega$  interessata dalla propagazione della radiazione. L'angolo solido  $d\omega$  individua su una generica superficie emisferica di raggio  $r$ , e centro nel punto  $P$ , la superficie elementare  $dA_n$  (vedi figura 12.4) che risulterà perpendicolare alla direzione di emissione considerata e per la quale vale la relazione:

$$dA_n = r^2 \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi \quad (10.3)$$

L'angolo solido può ora essere descritto in funzione di  $dA_n$  e della sua distanza,  $r$ , da  $dA$ . Si ha:

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} \quad (10.4)$$

$$d\omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\phi \quad (10.5)$$

I tre elementi, angolo zenitale,  $\theta$ , angolo azimutale,  $\phi$ , e angolo solido di emissione  $d\omega$ , permettono di caratterizzare completamente l'emissione da un punto di vista spaziale.

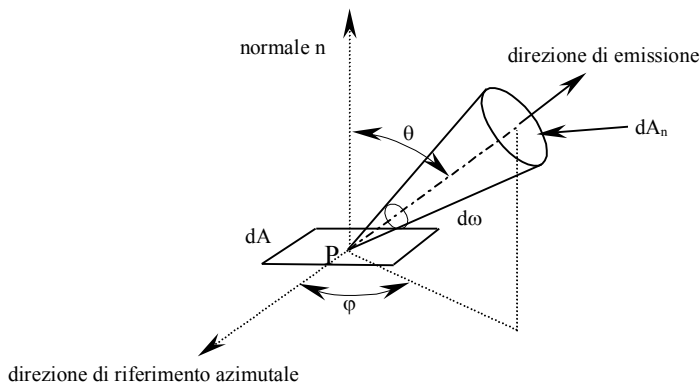


Figura 10.3. La caratterizzazione della radiazione nello spazio.

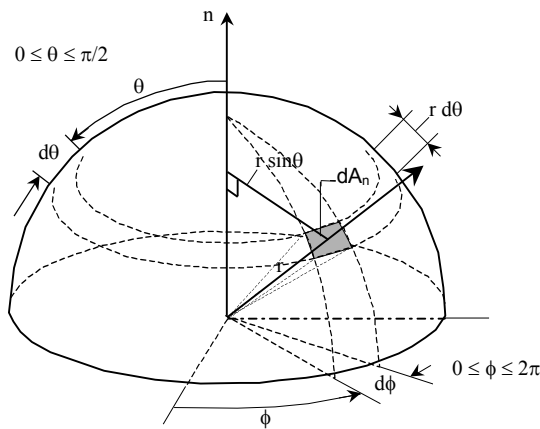


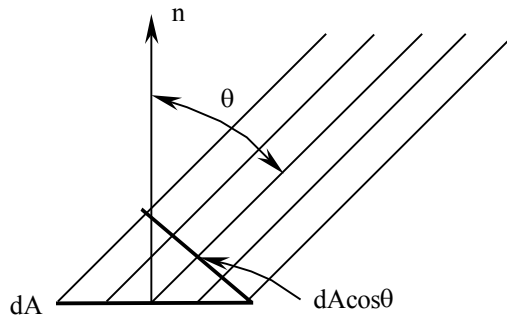
Figura 10.4. Relazioni geometriche tra angoli solidi e angoli azimutali e zenitali

### 10.3 Le grandezze che caratterizzano l'emissione

In base a quanto esposto nel paragrafo precedente le grandezze utili a caratterizzare in maniera completa l'emissione di una superficie sono quattro e vengono solitamente indicate con i nomi e simboli indicati di seguito.

Si definisce come **intensità di radiazione monocromatica**,  $i_{(\theta, \phi, \lambda)}$ ,  $[W / (m^2 \text{ sr } \mu\text{m})]$  la potenza radiante emessa alla lunghezza d'onda  $\lambda$  nella direzione  $(\theta, \phi)$  per unità di area emittente *normale* alla direzione considerata (figura 10.5), per unità di angolo solido  $d\omega$  e per unità di intervallo  $d\lambda$  di lunghezza d'onda attorno al valore  $\lambda$  considerato. Detta  $dQ$  la potenza irradiata si ricava la relazione:

$$i_{(\lambda, \theta, \phi)} = \frac{dQ}{dA \cdot \cos \theta \cdot d\omega \cdot d\lambda} \quad (10.6)$$



**Figura 10.5.** Relazione tra area di una superficie perpendicolare alla direzione di incidenza e area di una superficie con una giacitura qualsiasi.

Quando sia necessario valutare la radiazione emessa in una specifica direzione  $(\theta, \phi)$  a tutte le lunghezze d'onda per unità di area emittente *normale* alla direzione considerata e per unità di angolo solido  $d\omega$ , si utilizzerà la grandezza **intensità di radiazione globale**,  $I_{(\theta, \phi)}$ ,  $[W/(m^2 sr)]$ . Si ha pertanto:

$$I_{(\theta, \phi)} = \frac{d\dot{Q}}{dA \cdot \cos\theta \cdot d\omega} \quad (10.7)$$

Si definisce poi **emissione monocromatica emisferica**,  $e_{(\lambda)}$ ,  $[W/(m^2 \mu m)]$  la potenza emessa per unità di area (si noti bene: ora l'area è  $dA$ ) per intervallo di lunghezza d'onda  $d\lambda$  attorno al valore  $\lambda$  considerato. Considerando come tale grandezza possa essere calcolata dalla conoscenza della grandezza  $i_{(\lambda, \theta)}$  grazie ad una integrazione estesa al semispazio  $\Omega$  (semisfera) verso cui la superficie  $dA$  considerata emette, si ottiene la relazione:

$$e_{(\lambda)} = \int_{\Omega} i_{(\lambda, \theta)} d\omega \quad (10.8)$$

Infine è possibile definire l'**emissione globale**,  $E$ ,  $[W/(m^2)]$  come la totale potenza emessa per unità di area a tutte le lunghezze d'onda e in tutte le direzioni del semispazio verso cui la superficie emette:

$$E = \int_0^{\infty} \left( \int_{\Omega} i_{(\lambda, \theta)} d\omega \right) \cdot d\lambda = \int_0^{\infty} e_{(\lambda)} d\lambda \quad (10.9)$$

## 10.4 L'irradiazione di un corpo

Oltre ad emettere energia sotto forma di onde elettromagnetiche i corpi possono essere anche investiti da tale energia. Nel paragrafo precedente si sono definite le grandezze che permettono di descrivere in maniera completa l'emissione di un corpo. In maniera del tutto analoga possono essere definite quattro grandezze in grado di caratterizzare la potenza radiante ricevuta da una superficie.

Si definisce **intensità di irradiazione monocromatica**  $g_{(\lambda, \theta)}$   $[W/(m^2 sr \mu m)]$  la potenza radiante incidente alla lunghezza d'onda  $\lambda$  nella direzione  $(\theta, \phi)$  per unità di area normale alla direzione considerata, per unità di angolo solido e per unità di intervallo  $d\lambda$  di lunghezza d'onda attorno al valore  $\lambda$  considerato. Detta  $d\dot{Q}$  la potenza irradiata si ha:

$$g_{(\lambda, \theta)} = \frac{d\dot{Q}}{dA \cdot \cos\theta \cdot d\omega \cdot d\lambda} \quad (10.10)$$

L'**irradiazione monocromatica emisferica**  $G_{(\lambda)}$  [ $W/(m^2\mu m)$ ] è definita come la potenza incidente per unità di area per intervallo di lunghezza d'onda  $d\lambda$  attorno al valore  $\lambda$  considerato. E' possibile definire  $G_{(\lambda)}$  considerando come tale grandezza possa essere calcolata, a partire dalla grandezza  $g_{(\lambda, \theta)}$ , con una integrazione estesa al semispazio (emisfera) verso cui la superficie  $dA$  emette. Ovvero:

$$G_{(\lambda)} = \int_{\Omega} g_{(\lambda, \theta)} d\omega \quad (10.11)$$

Quando sia necessario valutare la radiazione incidente a tutte le lunghezze d'onda nella direzione  $(\theta, \phi)$  per unità di area emittente *normale* alla direzione considerata, per unità di angolo solido  $d\omega$ , si utilizzerà la grandezza **intensità di radiazione globale**,  $G_{(\theta, \phi)}$ , [ $W/(m^2sr)$ ]. Si ha quindi:

$$G_{(\theta, \phi)} = \frac{d\dot{Q}}{dA \cdot \cos\theta \cdot d\omega} \quad (10.12)$$

E' possibile infine definire l'**irradiazione totale**  $G$  [ $W/(m^2)$ ] come la totale potenza irradiata per unità di area (per tutte le lunghezze d'onda e per tutte le direzioni):

$$G = \int_0^{\infty} \left( \int_{\Omega} g_{(\lambda, \theta)} d\omega \right) \cdot d\lambda = \int_0^{\infty} G_{(\lambda)} d\lambda \quad (10.13)$$

Si noti come le diverse grandezze definite in questo e nel precedente paragrafo danno una descrizione della radiazione emessa da e incidente su di una superficie che presenta diversi livelli di definizione e viceversa all'aumentare della definizione e quindi delle informazioni fornite cresce anche la difficoltà nella determinazione e nella gestione della grandezza.

## 10.5 Il comportamento delle superfici

In termini del tutto generali si può affermare che quando la radiazione colpisce una superficie essa in parte viene *riflessa*, in parte *assorbita* e infine, se il corpo non è opaco alla radiazione incidente, in parte *trasmessa* (vedi figura 10.6).

E' utile caratterizzare il comportamento delle diverse superfici attraverso i rapporti tra la potenza radiante trasmessa,  $G_{\text{trasm}}$ , riflessa,  $G_{\text{rifl}}$  ed assorbita,  $G_{\text{ass}}$ , e quella incidente  $G$ . Si definiscono in questo modo le seguenti grandezze:

- |                                 |     |                      |
|---------------------------------|-----|----------------------|
| 1) coefficiente di assorbimento | $a$ | $G_{\text{ass}}/G$   |
| 2) coefficiente di riflessione  | $r$ | $G_{\text{rifl}}/G$  |
| 3) coefficiente di trasmissione | $t$ | $G_{\text{trasm}}/G$ |

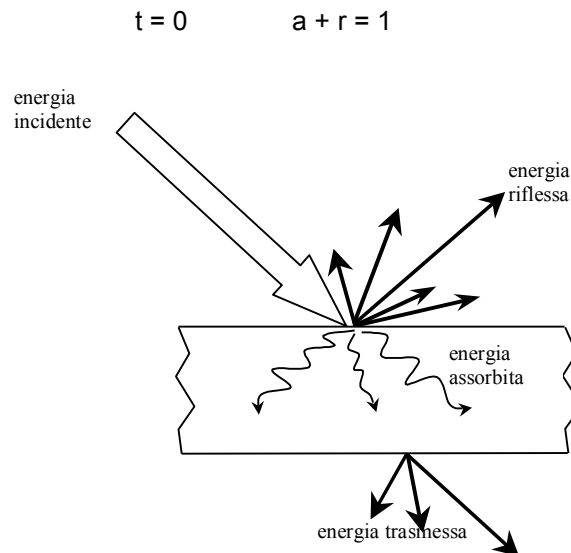
E' evidente che tali coefficienti sono grandezze adimensionali e assumono un valore compreso tra 0 ed 1. Applicando inoltre il principio di conservazione dell'energia si ottengono le relazioni seguenti:

$$G_{\text{ass}} + G_{\text{rifl}} + G_{\text{trasm}} = G$$

$$a G + r G + t G = G \quad (10.13)$$

$$a + r + t = 1 \quad (10.14)$$

Nei materiali opachi alla radiazione non si ha trasmissione di energia e si verificano solamente riflessione e assorbimento. Valgono quindi le relazioni:



**Figura 10.6.** Assorbimento, riflessione e trasmissione della potenza irradiata

I coefficienti finora considerati sono proprietà *totali emisferiche* riferite a *tutte le lunghezze d'onda e a tutte le direzioni*. Identiche grandezze sono definibili anche per una determinata lunghezza d'onda  $\lambda$  e per tutte le direzioni, come pure per una determinata direzione  $\theta$  e per tutte le lunghezze d'onda, e, infine, per una data direzione  $\theta$  e per una data lunghezza d'onda  $\lambda$ . Per esempio, per quanto riguarda, l'assorbimento, si possono definire:

$$a_{(\lambda, \theta)} = \text{assorbimento monocromatico direzionale:} \quad a_{(\lambda, \theta)} = \frac{g_{(\lambda, \theta, \text{ass})}}{g_{(\lambda, \theta)}} \quad (10.15)$$

$$a_{(\lambda)} = \text{assorbimento monocromatico emisferico:} \quad a_{(\lambda)} = \frac{G_{(\lambda, \text{ass})}}{G_{(\lambda)}} \quad (10.16)$$

$$a_{(\theta)} = \text{assorbimento direzionale globale:} \quad a_{(\theta)} = \frac{\int_0^{\infty} g_{(\lambda, \theta, \text{ass})} d\lambda}{\int_0^{\infty} g_{(\lambda, \theta)} d\lambda} \quad (10.17)$$

Grandezze analoghe sono ricavabili per quanto riguarda la riflessione e la trasmissione. Per i coefficienti monocromatici emisferici si può scrivere la relazione:

$$a_{(\lambda)} + r_{(\lambda)} + t_{(\lambda)} = 1 \quad (10.18)$$

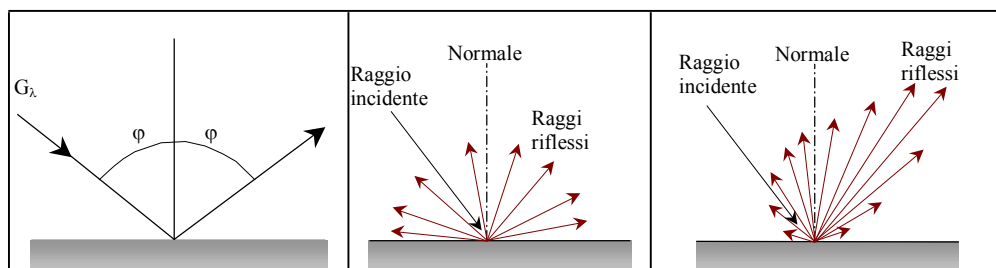
I coefficienti così definiti sono ad esempio utili quando si consideri l'interazione tra la radiazione e i gas. Questi infatti presentano comportamenti differenti in base alle caratteristiche delle loro molecole. I gas monoatomici (elio, He) e quelli poliatomici a molecole simmetriche formate da atomi uguali (azoto, N<sub>2</sub>, idrogeno, H<sub>2</sub>, etc.) sono praticamente trasparenti; si ha:

$$t = 1 \quad a = r = 0$$

I gas con molecole asimmetriche presentano un marcato assorbimento in specifici intervalli di lunghezze d'onda (es. vapore acqueo, anidride carbonica,...), per caratterizzarli in modo completo è quindi necessario specificare l'andamento di  $a_\lambda$ ,  $r_\lambda$ ,  $t_\lambda$  al variare della lunghezza d'onda.

Un ulteriore aspetto interessante dell'interazione della radiazione con una superficie riguarda la direzione con cui la radiazione riflessa viene rinviata nel mezzo da cui arriva. Da questo punto le superfici si comportano in maniera assai diversificata anche se si possono distinguere due comportamenti limite: una riflessione speculare e una riflessione diffusa (figura 10.7).

Nella riflessione speculare la direzione dei raggi riflessi forma con la normale alla superficie un angolo uguale a quello formato con questa dai raggi incidenti (figura 10.7a). Nel caso della riflessione diffusa il corpo riflette la radiazione incidente in modo uniforme in tutte le direzioni (figura 10.7b). Una superficie reale ha un comportamento intermedio tra quello perfettamente speculare e perfettamente diffondente: la radiazione riflessa è dispersa in diverse direzioni ma intorno alla direzione corrispondente alla riflessione speculare si nota un maggiore intensità. Si parla di riflessione reale o irregolare (figura 10.7c).



**Figura 10.7.** a) Riflessione speculare; b) Riflessione diffusa; c) Riflessione irregolare.

Come è facilmente intuibile il tipo di riflessione dipende dalle proprietà del materiale con cui interagisce la radiazione e dalle caratteristiche superficiali dell'interfaccia (rugosità superficiale). Più le dimensioni,  $e$ , delle asperità superficiali sono piccole rispetto alla lunghezza d'onda della radiazione incidente più una superficie si comporta come riflettore ideale. Con  $e < 0,1 \lambda$  si ha perfetta riflessione, con  $e > 2 \lambda$  si ha riflessione diffusa. In condizioni intermedie si ha la sovrapposizione dei due modi di riflessione.

**Tabella 10.2.** Valori del coefficiente di assorbimento per incidenza normale  $a_{\text{solare}}$  (nello spettro solare) e globale  $a_{\text{totale}}$  per alcuni tipi di materiali opachi.

Materiale	$a_{\text{solare}}$	$a_{\text{tot}}$
Alluminio		
Anodizzato	0,14	0,80
Lucidato	0,09	0,06
Rame lucidato	0,35	
Rame ossidato		0,56
Ferro		0,7
Oro	0,21	
Ardesia		0,91
Mattoni (rosso)	0,63	0,91
Calcestruzzo	0,60	0,88
Porcellana		0,94
Gomma		0,90
Legno		0,90
Acqua		0,96



## 10.6. Il corpo nero

Per meglio comprendere il comportamento dei corpi rispetto allo scambio termico per radiazione, si ricorre a un modello ideale di *radiatore* e *assorbitore* che viene denominato **corpo nero** e definito dalle seguenti proprietà:

- assorbe tutta la radiazione che incide su di esso a qualsiasi lunghezza d'onda, e da qualsiasi direzione ( $a = 1$ );
- fissate temperatura e lunghezza d'onda, emette più energia di ogni altro corpo;
- emette in modo uniforme in ogni direzione (legge di Lambert).

In generale i corpi reali si comportano come corpi neri solo in particolari campi di lunghezze d'onda. Ad esempio un manto di neve soffice è da considerarsi un corpo nero, ma solo nel campo dell'infrarosso. Per le lunghezze d'onda del visibile infatti il manto di neve si comporta in tutt'altra maniera, riflette la maggior parte della luce e appare, perciò, bianco.

Una approssimazione reale di una superficie nera può essere costruita utilizzando una cavità di forma irregolare dotata di un'apertura verso l'esterno di dimensioni medie molto piccole rispetto al suo diametro. Tutta la radiazione incidente sull'apertura infatti entra nella cavità e viene ripetutamente riflessa (ed assorbita) all'interno di essa senza riuscire a fuoriuscire. L'apertura si comporta quindi come una superficie nera.

Le proprietà radiative di un corpo nero risultano descritte da relazioni abbastanza semplici. L'intensità di emissione monocromatica,  $i_{(\vartheta, \varphi, \lambda, n)}$ , [W/ (m<sup>2</sup> sr μm)] del corpo nero è descritta dalla **legge** proposta da M. **Planck** nel 1901. Tale legge fu elaborata teoricamente sulla base dei risultati di una serie di prove sperimentali, ammettendo che l'emissione avvenisse solo per quantità discrete ossia che l'energia emessa fosse quantizzata in pacchetti di entità proporzionale alla frequenza. Essa presenta la seguente forma:

$$i_{(\vartheta, \varphi, \lambda, n)} = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5 \cdot [\exp(\frac{h \cdot c_0}{\lambda \cdot k \cdot T}) - 1]} \quad (10.19)$$

$h$  = costante di Planck =  $6,656 \cdot 10^{-34}$  J s;  $k$  = costante di Boltzmann =  $1,3805 \cdot 10^{-23}$  J/K;  $c_0$  = velocità della luce nel vuoto =  $2,9976 \cdot 10^8$  m/s.

In base alla sua definizione, integrando l'intensità di emissione monocromatica rispetto all'angolo solido di emissione, è possibile ottenere l'*intensità di emissione monocromatica emisferica*,  $e_{\lambda}$ , [W/(μm m<sup>2</sup>)]. Ricordando poi che il corpo nero emette in maniera perfettamente diffusa, si ottiene facilmente la relazione:

$$e_{\lambda, n} = \frac{2 \cdot \pi \cdot hc_0^2}{\lambda^5 \cdot [\exp(\frac{h \cdot c_0}{\lambda \cdot k \cdot T}) - 1]} \quad (10.20)$$

L'andamento di  $e_{\lambda}$  in funzione della lunghezza d'onda per diversi valori della temperatura è riportato in figura 10.8. Tale figura mette in evidenza come fissata una lunghezza d'onda, l'intensità della radiazione emessa aumenta con la temperatura.

La figura 10.8 mostra anche come fissata una temperatura si ha un massimo di intensità di emissione del corpo nero per una specifica lunghezza d'onda, che si indicherà nel seguito con  $\lambda^*$ . Si nota inoltre come tale lunghezza d'onda si sposta verso valori sempre più bassi all'aumentare della temperatura del corpo nero considerato. Il primo ad evidenziare sperimentalmente questo comportamento fu Wien in quale propose la seguente legge che viene indicata appunto come **legge di Wien**:

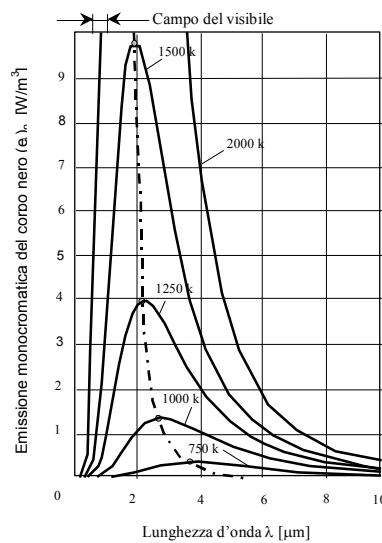
$$\lambda^* T = 2897,8 \quad [\mu\text{m K}] \quad (10.21)$$

Si noti che la legge di Wien si può ricavare analiticamente dalla legge di Planck fissando la temperatura e eguagliando a zero la derivata della 10.20 rispetto alla lunghezza d'onda in modo da individuare la posizione del massimo di emissione.

A partire dall'intensità di emissione monocromatica emisferica globale,  $e_{\lambda}$ , fissata la temperatura, è possibile infine ottenere la potenza termica radiante globalmente emessa. Basta infatti integrare la 10.20 rispetto alla lunghezza d'onda e introdurre la costante  $\sigma$  il cui valore è pari a  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$  per ottenere la seguente relazione:

$$E_n = \sigma T^4 \quad (10.22)$$

La 10.22 prende il nome di **legge di Stefan-Boltzmann** dal nome dei due scienziati che indipendentemente per primi la proposero intorno al 1900 prima dell'enunciazione da parte di Planck del suo modello.



**Figura 10.8.** Spettro di emissione di un corpo nero  $e_{\lambda}$ .

## 10.7 L'emissione di un corpo reale

Le superfici reali dal punto di vista radiativo presentano un comportamento diverso da quello del corpo nero sotto diversi aspetti. Una superficie reale presenta un coefficiente di assorbimento minore dell'unità e variabile con la frequenza. Una parte della radiazione incidente viene infatti riflessa dalla superficie reale. Dal punto di vista spaziale l'emissione e la riflessione dipendono dalla direzione della radiazione e sono quindi diffuse come quelle del corpo nero. Infine una superficie reale presenta una emissione monocromatica e una emissione globale che non rispondono alle leggi di Planck e Stefan-Boltzmann. Nonostante tutto questo il comportamento delle superfici reali può essere ricondotto a quello di un corpo nero. In particolare per poter valutare l'emissione globale di un corpo reale è utile introdurre la grandezza **emissività**,  $\varepsilon$ . Essa è definita come il rapporto tra l'emissione globale del corpo considerato,  $E$ , e quella del corpo nero,  $E_n$ , alla stessa temperatura:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_n} \quad (10.23)$$

A partire dall'emissione monocromatica del corpo nero,  $e_{\lambda,n}$ , e del corpo considerato,  $e_{\lambda}$ , è possibile definire anche la emissività monocromatica  $\varepsilon_{\lambda}$ , come:

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{e_{\lambda}}{e_{\lambda,n}} \quad (10.24)$$

L'emissività delle superfici dipende principalmente dalle condizioni superficiali in particolare dalla rugosità e dalla presenza di patine superficiali di alterazione e di sporcizia. In genere i metalli puliti hanno basse emissività, mentre i materiali non conduttori hanno emissività più elevate, maggiori di 0,8 a temperatura ambiente. I materiali da costruzione come i mattoni, l'intonaco, il calcestruzzo hanno valori di emissività intorno a 0,8. Non si considera qui la dipendenza dell'emissività dalla direzione e dalla temperatura anche se tali dipendenze possono essere significative.

## 10.8 I corpi grigi

Come si è visto le proprietà radiative dei materiali (coefficiente di assorbimento, riflessione, trasmissione ed emissività) variano al variare della lunghezza d'onda e della direzione. Data la complessità di una descrizione completa di tali grandezze, molto spesso, con una approssimazione del tutto accettabile nella maggior parte delle applicazioni, si assume un comportamento indipendente dalla direzione e, almeno in bande limitate dello spettro elettromagnetico, dalla lunghezza d'onda. E' possibile definire in questo caso un ulteriore modello di riferimento costituito da una superficie con proprietà radiative indipendenti dalla lunghezza d'onda in tutto lo spettro elettromagnetico. Tale superficie viene definita **superficie grigia**, e per essa valgono le relazioni:

$$\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon = \text{costante} < 1 \quad a_{\lambda} = a = \text{costante} < 1$$

Il corpo nero può essere pensato come un corpo grigio con emissività pari a 1. Per esso si ha infatti:

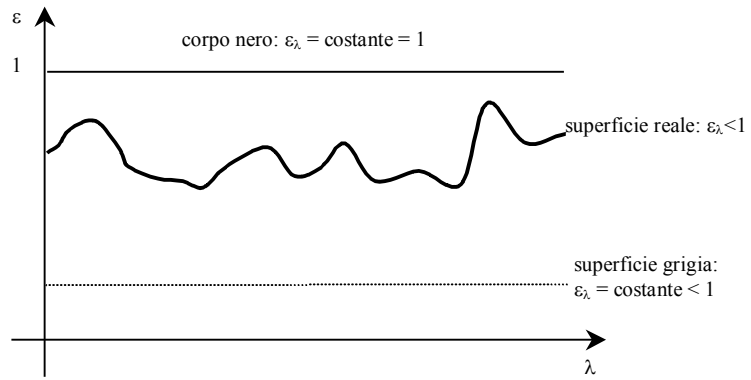
$$\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon = a = 1$$

L'eguaglianza tra emissività e coefficiente di assorbimento vale anche per i corpi grigi, per i quali si può scrivere:

$$\varepsilon_{\lambda} = \varepsilon = a_{\lambda} = a < 1$$

Tale relazione viene indicata come legge di Kirchoff dal nome dello studioso che per primo intorno al 1850 mise in evidenza come il rapporto tra l'emissività e il coefficiente di assorbimento di un materiale dipende solo dalla temperatura e dalla lunghezza d'onda.

Le figure 10.8 e 10.9 permettono il confronto tra le emissività e gli spettri di emissione di diverse superfici.



**Figura 10.9.** Confronto delle emissività di diversi materiali

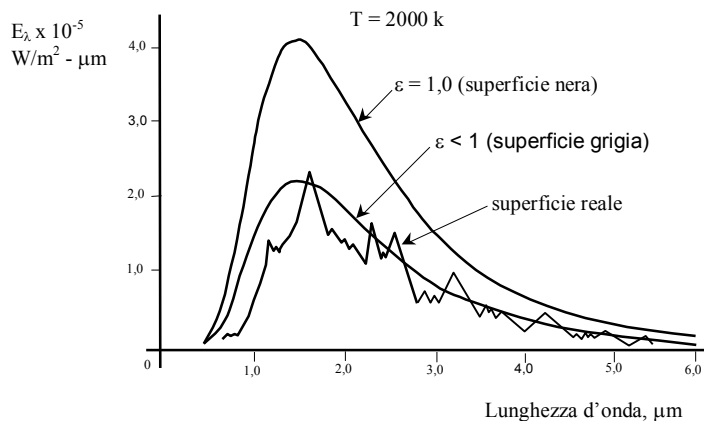


Figura 10.10. Confronto degli spettri di emissione di diversi materiali.

## 10.9 La potenza termica scambiata per radiazione tra corpi

L'obiettivo fondamentale che ci si propone in questo paragrafo è quello di elaborare, così come è stato fatto per la conduzione e per la convezione, una relazione che permetta di valutare la potenza termica  $\dot{Q}$  [W] scambiata per irraggiamento tra due o più corpi.

Intuitivamente si capisce come tale potenza dipenda dalle proprietà radiative delle superfici che partecipano allo scambio termico, dalle loro temperature, ma anche dalla loro reciproca posizione nello spazio. Per definire la relazione geometrica tra le posizioni dei corpi che scambiano calore per radiazione e calcolare  $\dot{Q}$ , è necessario introdurre una nuova grandezza che viene chiamata fattore di vista o di forma.

Considerate le superfici  $i$  e  $j$  che si scambiano calore per radiazione, (vedi figura 10.11), e che emettano e riflettano la radiazione in modo perfettamente diffuso, il **fattore di vista**,  $F_{i \rightarrow j}$ , tra una superficie  $i$  ed una superficie  $j$  è la frazione di energia emessa da  $i$  che incide direttamente su  $j$ , ossia il rapporto tra l'energia partita da  $i$  che incide direttamente su  $j$ ,  $E_{i \rightarrow j}$  e la totale energia emessa da  $i$ ,  $E_i$ . Si ha:

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{E_{i \rightarrow j}}{E_i} \quad (10.25)$$

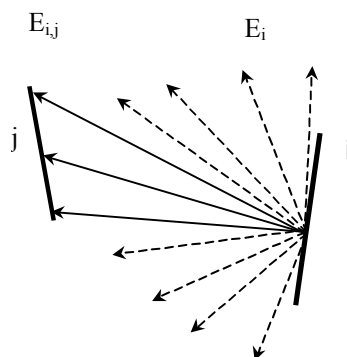


Figura 10.11. Fattore di vista tra due superfici. I raggi rappresentati con linee tratteggiate partiti dalla superficie  $i$  non incidono sulla superficie  $j$ .

a – Ammettendo che le due superfici abbiano la stessa temperatura, e quindi il flusso scambiato sia nullo si ottiene la cosiddetta relazione di reciprocità:

$$F_{i \rightarrow j} \cdot A_i = F_{j \rightarrow i} \cdot A_j \quad (10.26)$$

b – Applicando il principio di *conservazione dell'energia*, si ottiene che la somma dei fattori di vista di una superficie verso tutte le superfici le N superfici che essa vede è pari all'unità:

$$\sum_{j=1}^N F_{i \rightarrow j} = 1 \quad (10.27)$$

Si noti che il fattore di vista è una grandezza puramente geometrica e dipende solo dalla posizione reciproca delle superfici. In generale, per calcolare il fattore di vista si deve ricorrere all'integrazione numerica o metodi di tipo stocastico per la sua valutazione. In letteratura sono reperibili i fattori di vista validi per molte configurazioni riportati in tabelle o diagrammi tipo quelli delle figure 10.13.

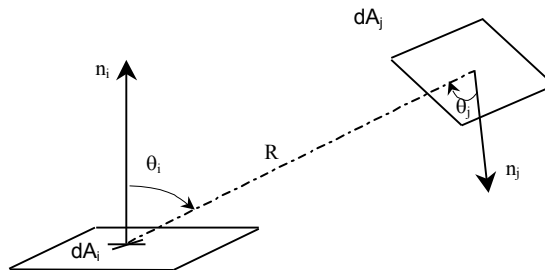


Figura 10.12. Angoli di vista tra superfici.

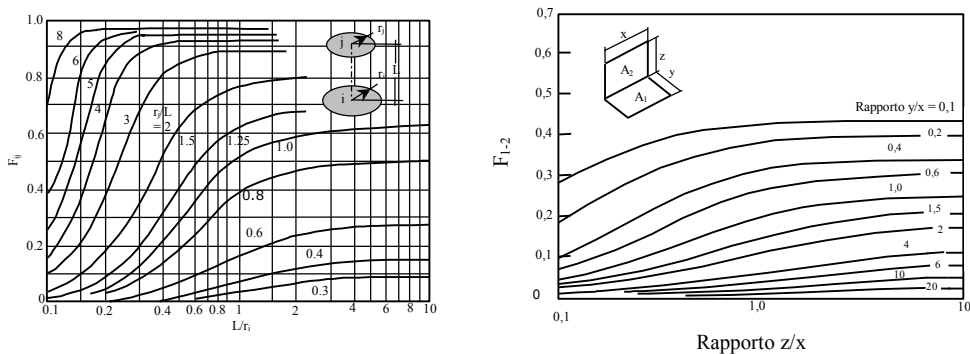


Figura 10.13. Fattore di vista per superfici rettangolari adiacenti e dischi coassiali paralleli

### Potenza scambiata tra superfici nere

Se si considerano due superfici nere in base alla definizione di fattore di forma l'energia partita da una delle superfici che incide sull'altra si può valutare con le relazioni seguenti:

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot E_{n,1} \quad (10.28)$$

$$\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = A_2 \cdot E_{n,2} \cdot F_{2 \rightarrow 1} \quad (10.29)$$

La potenza netta scambiata tra le superfici corrisponde al bilancio tra la potenza emessa da 1 che incide su 2, ed essendo questa nera viene completamente assorbita, e la potenza emessa da 2 verso 1 è:

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot E_{n,1} - A_2 \cdot E_{n,2} \cdot F_{2 \rightarrow 1} \quad (10.30)$$

La 10.30 sfruttando la relazione di reciprocità si trasforma nella 10.31:

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = A_1 \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (10.31)$$

La relazione 10.31 ci permette di valutare lo scambio termico per radiazione tra due corpi neri a partire dalla conoscenza delle loro temperature e del fattore di vista tra di essi.

### **Potenza scambiata tra due superfici grigie**

La potenza netta scambiata tra le superfici corrisponde al bilancio tra la potenza emessa da 1 che incide su 2, e la potenza emessa da 2 verso 1. Sfruttando la relazione di reciprocità tra i fattori di vista si ottiene la relazione generale che ci permette di ottenere lo scambio termico per radiazione tra due corpi grigi:

$$\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_{n,1} - E_{n,2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} = \frac{\sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{1 \rightarrow 2}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \quad (10.32)$$

La relazione (10.32) suggerisce inoltre, al fine di ridurre l'entità della potenza termica scambiata per radiazione, di adottare superfici di emissività  $\varepsilon$  ridotta.

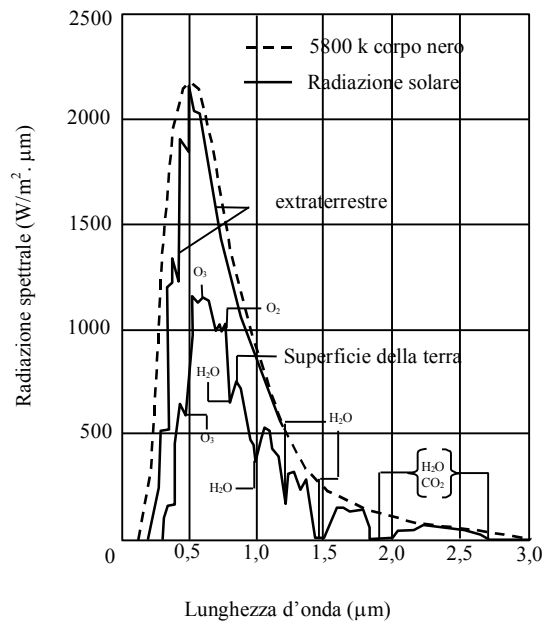
## 10.10 La radiazione solare

La radiazione solare costituisce la principale fonte di energia per gli esseri viventi. Il suo spettro può essere approssimato a quello di un corpo nero alla temperatura di 5777 K.

L'intensità di tale radiazione su di un punto della superficie terrestre dipende dalla latitudine, dal giorno dell'anno, dall'ora del giorno e dalle condizioni meteorologiche. Al contrario la potenza incidente su di una superficie normale alla direzione dei raggi solari al di fuori dell'atmosfera terrestre è praticamente costante pari a 1367 W/m<sup>2</sup> e viene indicata come costante solare  $S_c$ .

Per quanto riguarda la distribuzione in lunghezza d'onda, la radiazione solare pur coprendo una banda molto estesa, dai raggi x alle onde radio (vedi figura 12.14), risulta concentrata nella banda  $0,3 \leq \lambda \leq 3 \mu\text{m}$  con un picco intorno a  $0,5 \mu\text{m}$ .

Nel passaggio attraverso l'atmosfera, la radiazione solare viene modificata a causa di fenomeni di *assorbimento* e *scattering*. L'assorbimento è dovuto essenzialmente all'azione delle molecole di alcuni gas (ozono O<sub>3</sub>: considerevole sotto 0,4  $\mu\text{m}$ , completo sotto 0,3  $\mu\text{m}$ , CO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O (vapore) prevalente nell'infrarosso, O<sub>2</sub>)



**Figura 10.14.** Lo spettro della radiazione solare

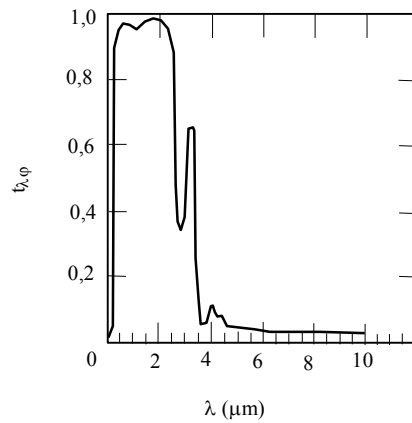
L'assorbimento varia poi anche con l'altezza solare: al variare della posizione del Sole nella volta celeste varia anche lo spessore di atmosfera attraversata dai raggi solari. Un indice della massa attraversata è fornito dalla massa d'aria, MA, definita come il rapporto tra la massa atmosferica effettivamente attraversata dai raggi solari e quella che verrebbe attraversata se il sole fosse allo zenit (MA = 1 significa sole allo zenit).

Il fenomeno di scattering [molecolare o di Rayleigh e Mie scattering] è responsabile del cambiamento di direzione dei raggi solari. Il fenomeno interessa soprattutto le lunghezze d'onda corrispondenti alla luce blu ( $\lambda \approx 0,42 \mu\text{m}$ ) tanto che il cielo sereno ci appare di questo colore.

E' grazie al fenomeno dello scattering che si genera la radiazione diffusa intendendo con questo termine indicare la parte di radiazione solare che incide al suolo non provenendo direttamente dalla direzione del Sole. Tale porzione può variare da un 10% circa (giornata serena) al 100% (giornata coperta).

Uno degli effetti interessanti legati all'assorbimento della radiazione solare è il cosiddetto **effetto serra**. Esso si verifica ad esempio in ambienti esposti alla radiazione solare il cui involucro è costituito totalmente o in parte da superfici vetrate. Tali superfici consentono una forte penetrazione della radiazione solare nel campo del visibile e primo infrarosso dato che in quella parte dello spettro il vetro presenta un elevato coefficiente di trasmissione (vedi figura 12.15). La radiazione incidente è quindi assorbita dagli oggetti presenti nell'ambiente da essi ri-emessa nella banda del lontano Infrarosso date temperature superficiali che si possono produrre (20-60°C). In tale banda il vetro presenta una bassissima trasmissione e quindi l'energia resta così intrappolata nell'ambiente considerato che viene pertanto riscaldato.





**Figura 10.15.** *Coefficiente di trasmissione monocromatico con incidenza normale per un vetro chiaro.*

Su larga scala un tale fenomeno si verifica nell'atmosfera in cui e l'emissione termica della superficie terrestre riscaldata dall'azione della radiazione solare viene assorbita da vapore d'acqua, CH<sub>4</sub>, CO<sub>2</sub>, CFC presenti in atmosfera. L'energia "intrappolata" provoca il surriscaldamento dell'atmosfera terrestre.